

DER
PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 52.

*1. Ueber das Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation bei Stäben von verschiedenen Metallen als Function der Temperatur;
von A. Bock.*

G. Kirchhoff hat vor einer Reihe von Jahren in seiner berühmten Arbeit¹⁾ das Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation von Stäben aus federhartem Stahl bei gewöhnlicher Zimmertemperatur untersucht. Um die Methode selbst einer Kritik zu unterziehen, untersuchte hierauf Okatow²⁾ den Einfluss des Querschnittes der Stäbe auf das Resultat; unterdessen ist die Frage nach dieser Elasticitätsconstanten Gegenstand zahlreicher Arbeiten geworden, wobei theils durch directe Messung, theils durch Bestimmung zweier anderer Constanten und Berechnung hieraus dieses Verhältniss für verschiedene Körper festgestellt wurde.

Naturgemäß richtete sich das Interesse bald auch auf die Frage, wie diese Constante von der Temperatur abhängig sei; sicherlich würde die Lösung dieser Frage innerhalb möglichst weiter Temperaturgrenzen, von der Temperatur des verdampfenden Wasserstoffs bis gegen die Schmelztemperatur des Körpers neues Licht auf die moleculare Constitution der Körper im allgemeinen werfen.

Arbeiten hierüber sind wenige vorhanden. Direct im Zusammenhange mit vorliegender sind die Untersuchungen von Katzenelsohn³⁾, ausgeführt unter Leitung von Hrn. v. Helmholz. Es werden Elasticitätsmodul und Torsionsmodul von Drähten aus verschiedenen Metallen bei gewöhnlicher Tem-

1) Kirchhoff, Pogg. Ann. 108. p. 369. 1859.

2) Okatow, Pogg. Ann. 119. p. 11. 1863.

3) Katzenelsohn, Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Elasticität der Metalle. Dissertation, Berlin 1887.

peratur und bei Siedetemperatur bestimmt, und zwar ersterer auf statischem, letzterer auf dynamischem Wege (Schwingungen) und damit genannte Constante gewonnen.

Ferner hat sich Amagat¹⁾ bei Untersuchung der Compressibilität von festen Körpern und Quecksilber gelegentlich damit beschäftigt und weitere Untersuchungen in Aussicht gestellt. Vortheilhaft unterscheidet sich die Methode Kirchhoff's von der von Katzenelsohn angewandten. Durch eine einzige statische Inanspruchnahme des Materials wird genanntes Verhältniss bestimmt und zwar für stärkere Stäbe. Die Methode ist in sich homogen und ohne allen Zweifel sicher werth, dass mit ihr der Versuch gemacht wurde, für gewisse Metalle innerhalb gewisser Temperaturgrenzen das Verhältniss zu bestimmen.

— Von Hrn. Prof. Sohncke darauf aufmerksam gemacht, unternahm ich diese Arbeit.

Apparat.

Der angewandte Apparat und seine Dimensionen sind vollständig identisch mit dem von Kirchhoff²⁾ beschriebenen, worauf, um Raum zu ersparen, verwiesen werden

muss. Diese Arbeit, als bekannt vorausgesetzt, lässt nur übrig, die verwendete Heizvorrichtung zu beschreiben. Die feinen Spiegelablesungen und die Art und Weise der Befestigung derselben an den zu untersuchenden Stäben lassen überhaupt nur das Luftbad zur Anwendung gelangen.

Ein parallelepipedischer Kasten aus starkem Eisenblech, 45 cm lang, 20 cm breit, 20 cm hoch, oben offen, ist in einen grösseren auf vier Füßen (vgl. Fig. 1) eingesetzt, so dass all-

1) Amagat, Ann. chim. phys. (6) 22. p. 95. 1891.

2) Kirchhoff, Pogg. Ann. 108. p. 369. 1859.

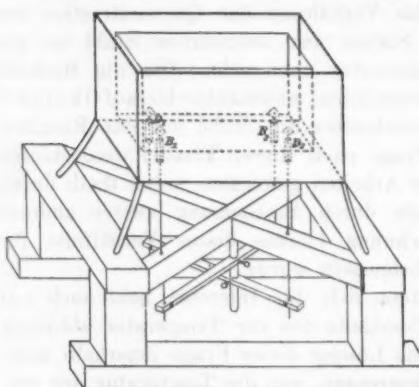


Fig. 1.

seits zwischen beiden ein Spielraum von circa 5 cm bleibt und das Ganze einen Heizkasten mit doppelter Wandung bildet. Die vier Füsschen D_1 , D_2 , B_1 , B_2 , wodurch beide Blechkästen fest miteinander verbunden sind, bestehen aus eisernen Hohlröhren von circa 1 cm Durchmesser. Durch dieselben ragen von aussen her Metallstäbe ins Innere, welche oben kleine Metallplatten tragen und Tischchen bilden, die von aussen leicht gehoben und gesenkt werden können. — Der ganze Heizkasten mit vier starken Eisenfüßen steht auf einem Holzgestell; die Metallstäbe gehen durch entsprechende Bohrungen, die zugleich als sichere Führungen dienen, und sind unterhalb paarweise diagonal je durch eine Holzleiste verbunden. Beide Holzleisten können an einem dicken Metallstab, der unten nach abwärts in das Holzgestell eingeschraubt ist, verschoben und beliebig fixirt werden. Man ist also im Stande, durch heben oder senken einer Leiste von aussen je zwei diagonal gegenüberliegende Tischchen im Innern des Heizkastens gleichzeitig zu heben oder zu senken.

Die vier Eisenfüsschen D_1 , D_2 , B_1 , B_2 , sind genau symmetrisch in solchen Entfernungen voneinander angebracht, dass, wenn man den Kasten unter den Kirchhoff'schen Apparat schiebt und der vollständig armirte Stab in der Mitte des Heizkastens sich befindet, die Aufhängepunkte $D' D'' B' B''$ (vgl. die citirte Arbeit von Kirchhoff, Tab. I, Fig. 1) genau sich über den Tischchen befinden.



Fig. 2.

Als Belastungsgewichte finden Bleicylinder von entsprechendem Gewicht Verwendung, welche oben einen Bügel (Fig. 2) tragen; die Drähte an den Aufhängerlingen sind unten zu einem langen Haken umgebogen, an welchem die Gewichte hängen.

Werden nun alle vier Gewichte gleichzeitig am Stabe aufgehängt, so können sie durch Heben der Tischchen ausser Action gesetzt werden. Senkt man eine der zwei Leisten, so treten also zwei diametral gelegene Gewichte in Action, wie es nach Kirchhoff's Anordnung der Fall sein muss.

Unter dem Eisenkasten auf dem Holzgestell findet ein grosser Gasbrenner Platz und man kann jetzt, wenn der Stab im Heizkasten sich in höherer Temperatur befindet, die Gewichte auf vorgeschriebene Weise wirken lassen.

Das Holzstück, das bei Kirchhoff den Feilkolben trägt, an welchem der Stab befestigt wird, ist länger, damit der Stab in der Mitte des Heizkastens seinen Platz findet. Der innere und äussere Blechkasten wird durch Deckel verschlossen, die wegen des genannten Holzträgers je aus zwei Stücken bestehen. Die beiden Theile sind Eisenbleche (Fig. 3) am Rande schmal rechtwinklig umgebogen, so dass sie von beiden Seiten des Holzstückes aufgelegt über die Eisenkasten etwas herabreichen. In der Mitte greifen die beiden Platten vor und hinter dem Holzstück übereinander. Die beiden runden Oeffnungen I sind mit äusserst dünnen Glimmerplättchen bedeckt und dienen als Fenster des Heizkastens für die Spiegelablesung. Die Oeffnungen II sind für zwei Thermometer bestimmt, Oeffnung III für einen Thermostaten, der die Heizflamme regulirt. Der ganze Heizapparat kann ringsum mit Asbestpappe eingehüllt werden.

Besondere Sorgfalt musste auf die Spiegel verwendet werden, welche grossen Temperaturschwankungen ausgesetzt waren. Dieselben bestehen aus planparallel geschliffenen Glasplatten,



Fig. 3.

die an der Rückseite auf gewöhnliche Weise versilbert sind. Nach langem Probiren zeigte sich folgender Einschluss der Silberschicht als vortheilhaft. Dieselbe wird zuerst mit

dünner Schellacklösung überstrichen, und darauf mit einem Kitt aus Mennige und Leinöl ein Stückchen dünner Asbestpappe von der Grösse des Spiegels aufgeklebt. Die Spiegel hielten längere Zeit auf diese Weise aus und ergaben vollständig scharfe Bilder. In den Spiegelhaltern musste die untere Schraube, die den Spiegel gegen die drei oberen presst, ersetzt werden durch eine elastische Feder, andernfalls beim Erhitzen die Spiegelplatten sich durchbiegen und die Bilder der Scala im Fernrohr undeutlich werden. Die nothwendigen Verlöthungen am Stab wurden mit gewöhnlichem Weichloth ausgeführt, da ein Weichwerden desselben nicht zu befürchten stand und sich solches sofort bemerkbar gemacht hätte.

Die Scale hatte Doppelmillimetertheilung und war auf eine Spiegelglasplatte aufgeklebt; der mittlere Fehler der Theilung wurde unter der Genauigkeitsgrenze der Beobachtung gefunden.

Beobachtungsmethode. — Zubereitung des Materials.

Bei jedem Material ist das Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation ein anderes; bei ein und demselben Versuchsobject variiert dieses Verhältniss, je nach den Prozessen thermischer oder mechanischer Natur, welchen es vor der Untersuchung unterworfen wurde. Nach einem absolut genauen Werth dieses Verhältnisses für ein bestimmtes Material suchen zu wollen, ist illusorisch.

Kirchhoff hat an seinen Beobachtungen bedeutende Reductionen angebracht, die für den damaligen Stand der Frage zweifellos gerechtfertigt waren, indem die Theorie von Poisson und die Ansicht von Wertheim einander gegenüberstanden.

Die Werthe der corrigirten und uncorrigirten Resultate differieren im Maximum um 1 Proc., während die Schwankungen infolge der Eigenthümlichkeit ein und desselben Versuchstückes grösser sind. Bei vorliegender Untersuchung; wo es doch nur auf relative Aenderungen der Constanten mit der Temperatur ankommt, fallen diese Reductionen fort, und damit auch eine ganze Reihe von Hülfsbeobachtungen bei Einbringung der Stäbe in den Apparat.

Die Behandlung der Stäbe vor der Beobachtung erforderte ganz besondere Aufmerksamkeit. Die Elasticität hängt in völlig unbekannter Weise mit vorangegangener Erhitzung oder Abkühlung des Materials zusammen und variiert immer wieder.

Um einen sogenannten „Normalzustand“ des Materials herzustellen, d. h. einen solchen, wo die Elasticität des Körpers durch weiteres Erhitzen und Abkühlen nicht mehr geändert wird, mussten die Stäbe stundenlang, tagelang in verschlossenen Eisenröhren in schwacher Rothgluth erhalten werden. Dieselbe Erfahrung machte auch schon früher Katzenelsohn bei der schon citirten Arbeit. Erst dann, wenn die Elasticität sich nach abermaligem Erhitzen als merklich constant erwies, wurden die Stäbe genau untersucht. Werden die Stäbe direct untersucht, so überdecken diese thermoelastischen Nachwirkungen vollständig die Aenderungen des gesuchten Verhältnisses.

Die Stäbe wurden dann, so wie Kirchhoff es angiebt, armirt, im Apparat mit der Libelle horizontal und vermittelst der Spiegelmethode parallel der ξ -Axe der Scala gerichtet.

Nach Einstellung der Spiegel auf passende Punkte der Scala wurde der Heizkasten, wie schon beschrieben, aufgestellt.

Die Belastungsgewichte wurden so gewählt, dass bei Belastung und Entlastung elastische Nachwirkungen möglichst vermieden sind.

Die Ablesungen werden genau wie bei Kirchhoff gemacht. Mit den beiden Fernröhren erhält man sehr klare reine Scalenbilder, indem die Scala durch eine 32 kerzige Glühlampe sehr stark beleuchtet wurde. Die Ablesungen sind bis auf $\pm 0,05$ Scalentheile genau. Eine Verschiebung der einzelnen Theile des Apparates während der Beobachtungsserie ist ausgeschlossen. Die Holzträger der Scala, der Fernröhre und des Stabes waren äusserst massiv gebaut und in einen Eckpfeiler der Laboratoriumsräumlichkeiten eingelassen. Die ganze Ablesung war so empfindlich, dass bei Massenverschiebungen im oberen Stocke des Gebäudes (wie nach Schluss von Vorlesungen) die Inanspruchnahme des massiven Eckpfeilers sich durch Verschiebung der Scala um mehrere Theilstriche kundgab. Zu solchen Zeiten konnten keine Beobachtungen gemacht werden.

Nach jeder Beobachtungsserie bei höherer Temperatur folgte wieder eine solche bei Zimmertemperatur, um die etwaige Aenderung der Elasticität zu constatiren. Die Abkühlung des ganzen Heizapparates musste sehr langsam geschehen, damit sich der „Normalzustand“ des Stabes nicht änderte. —

Was nun die Fehlerquellen betrifft, so involvirt der Verzicht auf die Kirchhoff'schen Correctionen der Spiegelablesungen einen Fehler, der höchstens 1 Proc. des Resultates beträgt, wie durch praktische Rechnung empirisch gefunden wurde.. Dieser Fehler hat aber, wie schon bemerkt, nur auf ein absolutes Resultat Einfluss, auf welches hier verzichtet werden muss. Der Fehler der Scalentheilung liegt unterhalb der Grenze der Genauigkeit der Beobachtungen; ebenso kommen die Fehler nicht in Betracht, die sich durch die Wirkung der Glimmerfenster und der heissen Luft im Heizkasten auf den Weg der Lichtstrahlen ergeben. Bedeutendere Fehler, die merkbar werden, treten ein, wenn die Nullpunkte der Scala in den Fernröhren, d. h. die Punkte

bei Belastung Null, sich während der Beobachtungsreihe verschieben.

Beobachtungsreihen, wo diese Verschiebung merkbar wurde, sind verworfen.

Beobachtungsresultate.

Führt man dieselben Bezeichnungen ein wie Kirchhoff, so ist $2s$ die Länge des beanspruchten Theiles des Stabes von einem Hebelarm zum andern; $4l$ die Summe der Entfernungen auf den beiden Hebelarmen von einer Spitze zur andern, auf welche die Ringe mit den Gewichten aufgesetzt werden.¹⁾ Ferner ist nach unseren Voraussetzungen B unmittelbar die Biegung, T die Torsion in Scalentheilen und wir erhalten als das Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation.

$$\mu = \frac{T}{B} \cdot \frac{s}{2l} - 1.$$

Der Verständlichkeit halber soll eine Beobachtungsreihe genau nach Kirchhoff wieder gegeben werden. Aus dem grossen Beobachtungsmaterial soll hier eben nur soviel angeführt werden, als zur Beurtheilung der einzelnen untersuchten Metalle nothwendig ist.

1. Eisen.

a) Ein runder Stab, 3,38 mm Durchmesser, aus hartem englischen Stahl, wird, so wie er im Handel zu haben, untersucht. Die Gewichte sind durch die Tischchen im Heizkasten ausser Thätigkeit gesetzt. Am ersten und zweiten Fernrohr werden auf der ξ - und η -Axe die Ablesungen $X Y$ resp. $X' Y'$ gemacht, wovon die X die Biegung, die Y die Torsion bestimmen. Hierauf wird ein Tischchenpaar gesenkt und abgelesen, gehoben und wieder die Nulllage bestimmt; hierauf senkt man die anderen beiden Tischchen, liest ab und bestimmt wieder die Nulllage etc. wie bei Kirchhoff. P sei die Belastung in Gramm und t die Temperatur.

t°	P	X	Y	X''	Y''
22	0	144,1	71,1	84,9	67,0
	100	121,2	48,3	109,0	95,0
	0	144,0	71,1	84,9	67,0
	100	120,6	99,3	107,7	88,9

1) Kirchhoff, Pogg. Ann. 108. p. 376. 1859.

<i>t</i>	<i>P</i>	<i>X'</i>	<i>Y'</i>	<i>Y''</i>	<i>X''</i>
22	0	143,7	71,1	84,4	67,0
	100	121,0	48,2	108,7	95,0
	0	148,8	71,1	84,4	67,0
	100	120,5	99,8	107,6	88,8
22	0	148,6	71,2	84,3	67,0

Als Mittel aus den Nulllagen und entsprechenden Stellungen ergibt sich:

<i>t'</i>	<i>P</i>	<i>X'</i>	<i>Y'</i>	<i>X''</i>	<i>Y''</i>
	0	143,84	71,10	84,58	67,00
22	100	121,10	48,25	108,85	95,00
	100	120,55	99,80	107,65	88,85

Die Differenz zwischen Nulllage und den Ablesungen unter *X* liefert, aus den vier Differenzen das Mittel genommen, die Biegung *B* des Stabes in Scalentheilen; analog liefern die *Y* die Torsion *T*.

$$B = 23,84, \quad T = 28,05.$$

Durch Messung wurde gefunden:

$$s = 149,3 \text{ mm}, \quad 2l = 140 \text{ mm}.$$

Nach der angeführten Formel ergiebt sich:

$$\mu = 0,282, \text{ bei } 22^\circ \text{ C.}$$

Kirchhoff findet für federharten Stahl 0,294. Hierauf wird der Stab auf höhere Temperatur gebracht und ebenso die Messung vorgenommen. Im Folgenden sollen *B* und *T* mitgetheilt werden.

$$s = 149,3 \text{ mm}, \quad 2l = 140 \text{ mm.} \quad P = 100 \text{ g.}$$

<i>t</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>μ</i>	Datum
22	23,84	28,05	0,282	4. Dec. 11 ^h
120	24,19	28,98	0,278	4. „ 12
22	28,31	27,96	0,279	5. „ 9

Zu bemerken ist noch, dass die Stäbe um ihre Längsaxe um 90° nicht gedreht wurden, da ja ein absoluter Werth von μ nicht angestrebt wird.

Bei einer Belastung von 200 g ergab sich:

$$P = 200 \text{ g.}$$

<i>t</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	<i>μ</i>	Datum
20	23,83	27,92	0,276	7. Dec. 4 ^h
120	24,13	28,87	0,276	10. „ 5

wobei B und T für die Hälfte der Belastung angeschrieben sind. Es ergiebt sich also für einen gewöhnlichen Stahlstab, der vorher nicht ausgeglüht wurde, die bemerkenswerthe That-sache, dass auf μ eine Temperaturdifferenz von 100° gar keinen, oder sogar einen entgegengesetzten Einfluss ausübt, als erwartet wurde, da μ mit steigender Temperatur wächst.

b) Ein Stahlstab von genau derselben Qualität wird auf den „Normalzustand“ gebracht, was ungefähr eine Woche Zeit kostete, indem derselbe jeden Tag viele Stunden in ganz schwacher Rothgluth erhalten werden musste.

Zu bemerken ist, dass bei Berechnung von μ die Ausdehnung von s und l durch die Hitze berücksichtigt wurde. Die Beobachtungen erfolgen von 20 zu 20° .

$$s = 149,5 \text{ mm}, 2l = 140 \text{ mm}$$

$$P = 100 \text{ g.}$$

t°	B	T	μ	Datum
20	20,02	23,55	0,256	23. Juli 11 ^b
40	20,16	23,71	0,257	23. " 3
20	20,05	23,56	0,255	24. " 9
60	20,30	23,88	0,255	24. " 11
20	20,09	23,58	0,254	25. " 3
80	20,38	23,99	0,258	25. " 5
20	20,02	23,59	0,259	26. " 9
100	20,48	24,11	0,257	26. " 11
	20,03	23,58	0,258	26. " 3
120	20,58	24,29	0,261	26. " 6
20	20,04	23,57	0,256	27. " 9
150	20,85	24,59	0,259	27. " 11
20	20,08	23,60	0,255	27. " 4

Für 20° als Mittel ergiebt sich $\mu = 0,256$. Katzenelsohn findet für ausgeglühten Eisendraht 0,270 und für 100° eine Aenderung von etwa 3,8 Proc., hier finden wir eine solche von ca. 2 Proc. Derselbe Werth ergab sich als Mittel grösserer Beobachtungsreihen an anderen Stäben. Thermoelastische Nachwirkungen sind hier unverkennbar vorhanden und drohen die geringe Aenderung von μ bezüglich der Temperatur zu überdecken. Ersichtlich ist ferner die grosse Umänderung der elastischen Verhältnisse des Materials durch das Ausglühen.

2. Kupfer.

Aus dickem Kupferdraht, 3,82 mm stark, werden entsprechend lange Stäbe herausgeschnitten und versucht sie auf

den Normalzustand zu bringen. Beistehende Tabelle gibt die Beobachtungen an einem solchen Stabe wieder.

$s = 149,3 \text{ mm}$, $2l = 140 \text{ mm}$.

$P = 50 \text{ g.}$

t°	B	T	μ	Datum
20	12,02	15,10	0,340	1. August 10 ^b
40	12,02	15,17	0,346	1. " 12
20	12,03	15,05	0,331	1. " 4
60	12,06	15,82	0,355	1. " 6
20	11,86	15,08	0,351	2. " 9
80	12,14	15,42	0,355	2. " 10
20	11,92	15,05	0,346	2. " 12
100	12,29	15,57	0,352	2. " 4
20	11,92	14,99	0,341	2. " 6
120	12,41	15,67	0,347	3. " 9
20	11,80	14,96	0,352	3. " 10
150	12,53	16,08	0,370	3. " 12
20	11,64	14,86	0,361	3. " 4

Als Mittel für 20° erhält man $\mu = 0,346$. Kupfer lässt sich auf einen Normalzustand nur sehr schwer bringen, μ schwankt sehr unregelmässig. Man kann für 100° eine Zunahme von ca. 4 Proc. annehmen, wie weitere Beobachtungen ergeben haben. Katzenelsohn findet für Messing 3,8 Proc.

3. Silber.

Chemisch reines Silber in Drahtform, 4,36 mm stark, wurde ebenso behandelt, wie die vorhergehenden Metalle.

$s = 150,0 \text{ mm}$, $2l = 140,0 \text{ mm}$.

$P = 50 \text{ g.}$

t°	B	T	μ	Datum
20	10,66	13,34	0,337	27. Jan. 3 ^b
40	10,85	13,63	0,346	27. " 5
20	10,68	13,20	0,324	28. " 5
60	10,93	13,79	0,352	29. " 11
20	10,52	13,16	0,340	30. " 9
80	11,26	14,35	0,366	30. " 10
20	10,65	13,62	0,370	30. " 11
100	11,45	14,65	0,372	30. " 5
20	10,42	13,15	0,352	2. Febr. 4
120	11,89	15,81	0,381	2. " 6
20	10,89	13,15	0,356	5. " 11

Für reines Silber erhält man als Mittel für 20° $\mu = 0,346$, die Zunahme für 100° ist ca. 10 Proc. in Uebereinstimmung mit weiteren Beobachtungen. Katzenelsohn findet für Silber-

draht, der mit etwas Kupfer legiert ist 12 Proc. Den Silberstab höherer Temperatur auszusetzen war nicht möglich, da das Silber dauernde Deformationen erlitt und plastisch wurde. Aehnliches zeigte sich bei Kupfer, nur nicht in diesem Maasse.

4. Nickel.

Für einen runden Nickelstab, 5,0 mm stark, ergab sich folgendes:

$$s = 156,4 \text{ mm}, 2l = 140 \text{ mm}$$

$$P = 200 \text{ g}$$

<i>t</i>	<i>B</i>	<i>T</i>	μ	Datum
20	10,17	12,13	0,332	17. März 2 ^b
40	10,25	12,21	0,331	17. " 3
20	10,22	12,16	0,329	17. " 5
60	10,34	12,36	0,336	17. " 6
20	10,32	12,09	0,309	18. " 11
80	10,39	12,43	0,337	19. " 12
20	10,20	12,11	0,326	20. " 10
100	10,51	12,51	0,330	20. " 12
20	10,13	12,18	0,343	21. " 12
120	10,56	12,64	0,337	21. " 4
20	10,19	12,16	0,333	21. " 6

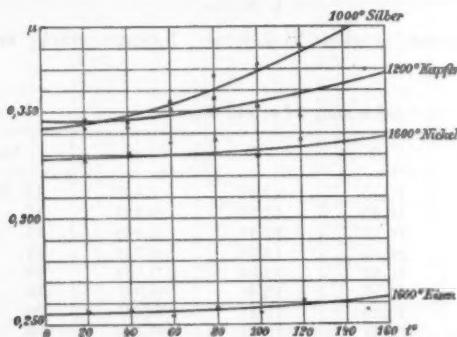
Der Mittelwerth von μ bei 20° ist 0,329, und die Zunahme für 100° etwa 2,4 Proc. als mittlerer Werth aus weiteren Reihen.

Einer grösseren Auswahl von Metallen zur Untersuchung setzte gleich der Umstand Grenzen, dass nur eine beschränkte Anzahl sich in Stabform zu elastischen Versuchen eignet, und aus dieser kleinen Anzahl nur wenige bei höherer Temperatur keine dauernden Deformationen erleiden. Ebenso liess es der grosse Umfang des Apparates unzweckmässig erscheinen, mit der Temperatur auf Null Grad und tiefer zu gehen. — So ergeben sich von selbst die Grenzen der Anwendbarkeit der Kirchhoff'schen Methode.

Wir stellen den Gang von μ als Function der Temperatur graphisch dar; μ wächst mit der Temperatur und nähert sich wie man vermutet, allmählich $1/2$, wenn die Temperatur sich der Schmelztemperatur nähert. Die Zahlen an den Curven angeschrieben sind die Schmelztemperaturen und es ergiebt sich, dass die Curven der Metalle, deren Schmelztemperatur niedriger liegt, steiler ansteigen. Die Curven von Eisen und

Nickel laufen parallel; ihre Schmelztemperatur ist auch fast dieselbe.

Die Kupfer- und Silbercurve schneiden sich ohne Zweifel; es gibt also für Kupfer und Silber eine Temperatur, bei welcher das Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation bei



beiden Metallen dasselbe ist. Ob dieser Umstand wohl mit der Legirbarkeit zweier Metalle zusammenhängt — wer kann das wissen? — Diese Untersuchungen mit dem Kirchhoff-schen Apparate auszuführen erschien unzweckmässig, abgesehen von dem grossen Zeitaufwande, den diese Beobachtungen erfordern.

München, physik. Inst. d. techn. Hochschule 1894.

**2. Ueber die mechanische Wirkung der Wellen
auf ruhende Resonatoren.**

**I. Electromagnetische Wellen;
von Peter Lebedew.**

Die mechanischen Kräfte der Anziehung und Abstossung, welche eine Wellenbewegung auf einen mitschwingenden Körper ausübt, sind nur für den Fall akustischer Resonatoren von Dvořák¹⁾ untersucht worden; für electrische Schwingungen hat der entsprechende Versuch von Boys, Briscoe und Watson²⁾ trotz der ausserordentlichen Empfindlichkeit der Methode kein positives Resultat ergeben, wenngleich dasselbe nach den Versuchen von Hertz³⁾ nicht ausgeschlossen erschien.

Es schien mir von Interesse, die genannten mechanischen Kräfte nach einem einheitlichen Plane für verschiedene Arten von Wellenbewegungen zu untersuchen, und zwar für den einfachsten Fall, wo ein Wellenzug auf einen ruhenden, auf die Schwingungsquelle nicht merklich zurückwirkenden Resonator fällt und zu ermitteln, in welcher Weise die Vorzeichen und die Grössen dieser Kräfte von der Resonanz abhängig sind. Die vorliegende Abhandlung bezieht sich auf electromagnetische Resonatoren.

An dieser Stelle möchte ich Hrn. Prof. Dr. A. Sokolow für die Freundlichkeit, mit welcher er mir stets die erforderlichen Apparate zur Verfügung stellte, meinen besten Dank sagen.

I. Die Versuchsanordnung.

Die Versuchsanordnung war im wesentlichen die folgende: Ein Hertz'scher Primärleiter, der wegen seiner grossen Dämpfung nicht unmittelbar als Wellenquelle verwendet werden kann, erregt einen auf ihn abgestimmten Metallkörper —

1) V. Dvořák, Pogg. Ann. 157. p. 53. 1876; Wied. Ann. 3. p. 328. 1878.

2) C. V. Boys, A. E. Briscoe and W. Watson, Phil. Mag. (5) 31. p. 50. 1891; Beibl. 15. p. 444. 1891.

3) H. Hertz, Wied. Ann. 42. q. 407. 1891.

den *Vibrator* — welcher die Schwingungen lange beibehält und deshalb mit Vortheil als Schwingungsquelle von unveränderlicher Periode dient; ein sehr leichter *Resonator*, dessen Periode in üblicher Weise durch Messung von Drahtwellen ermittelt werden kann, ist an einem Torsionsfaden in der Nähe des Vibrators so aufgehängt, dass die Schwingungen des letzteren den Resonator erregen und die entstehenden mechanischen Kräfte ihn zugleich drehen — die beobachteten Torsionswinkel dienen als Maass der wirkenden mechanischen Kräfte.

Die Untersuchung wurde in der Weise durchgeführt, dass der Resonator schrittweise verändert wurde und jedesmal seine Periode und die entsprechende mechanische Wirkung bestimmt wurde; die Beobachtungen ergeben somit direct die gesuchte Abhängigkeit der mechanischen Kräfte von der Resonanz.

Bei der experimentellen Durchführung dieser Beobachtungsreihen stösst man auf die Schwierigkeit, dass die Erregung des Vibrators, dank der wechselnden Beschaffenheit des Primärfunkens, unregelmässig veränderlich ist; um die einzelnen Torsionsbeobachtungen miteinander vergleichen zu können, wurde die Erregung des Vibrators stets durch einen Apparat controllirt, welcher einem Inductiionsdynamometer resp. einem Electrometer nachgebildet war — er möge im Folgenden als *Indicator* bezeichnet werden; die Wirkung des Vibrators auf den Indicator und auf den Resonator wurden gleichzeitig beobachtet und dann die Ausschläge des letzteren auf einen constanten Ausschlag des ersten reducirt.

Da die Untersuchung der Wirkung einer electromagnetischen Schwingung für den allgemeinen Fall, wo die magnetischen und die electrischen Componenten gleichzeitig auf den Resonator einwirken, wenig übersichtlich ist, wurde die Versuchsanordnung so getroffen, dass in dem einen Falle *nur* die magnetische Componente erregend und drehend wirken konnte, während in dem anderen Falle *nur* die electrische; die behufs Veränderung der Wellenlänge erforderlichen Abänderungen des Resonators wurden umgekehrt nur an electrischen resp. an magnetischen Theilen desselben vorgenommen. Die Apparate, welche diesen Bedingungen genügen, mögen im Nachfolgenden entsprechend als „magnetische“ resp. als „electrische“ bezeichnet werden.

II. Die Apparate.

1. *Der Erreger (Primärleiter)* erhielt folgende Einrichtung: Zwei Zinkstreifen Z_1 und Z_2 (je 20 cm breit und 45 cm lang) wurden auf die in Fig. 1 dargestellte Form gebogen und durch Ebonitklemmen E_1 und E_2 miteinander verbunden; um schädliche Funken zu vermeiden, waren die Zinkstreifen durch eine dünne (in die Fig. 1 nicht eingezeichnete) Ebonitwand getrennt. Bei dieser Anordnung ist eine geringe Selbstinduktion mit einer erheblichen Kapazität so vereinigt, dass für jedes Element dc des Condensators der durch die Funkenstrecke gehende Stromkreis (in der Fig. 1 punktiert angedeutet) eine angenähert konstante Länge und Selbstinduktion hat; die electrostatische Fernwirkung ist sehr gering, wenn der mit der äusseren Belegung Z_1 verbundene Pol des Inductoriums zur Erde abgeleitet ist. Nach dem Vorgange von Klemenčič¹⁾ sprang der Funke bei F zwischen zwei Platincalotten über; zur Erregung diente ein kleines Inductorium, welches, durch drei Accumulatoren gespeist, 40 Entladungen pro Secunde gab. Die Wellenlänge dieses Primärleiters war ca. $\lambda = 350$ cm.

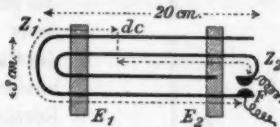


Fig. 1.

gange von Klemenčič¹⁾ sprang der Funke bei F zwischen zwei Platincalotten über; zur Erregung diente ein kleines Inductorium, welches, durch drei Accumulatoren gespeist, 40 Entladungen pro Secunde gab. Die Wellenlänge dieses Primärleiters war ca. $\lambda = 350$ cm.

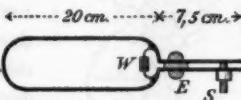


Fig. 2.

2. *Der magnetische Vibrator*, welcher über dem beschriebenen Primärleiter angebracht war und durch diesen erregt wurde, bestand aus einem Zinkstreifen (20 cm breit, 65 cm lang), wie Fig. 2 zeigt; durch Ebonitklemmen E wurde das Ganze zusammengehalten; zur Einstimmung auf den Erreger dienten Ebonitschrauben S , durch welche der Plattenabstand des Condensators (ca. 2 mm) verändert wurde, wodurch die Wellenlänge des Vibrators von $\lambda_1 = 320$ cm bis $\lambda_2 = 380$ cm variiert werden konnte. Um die Dämpfung zu verändern, konnte ein passender Flüssigkeitswiderstand W (mit sehr kleiner Selbstinduktion) eingeschaltet werden.

Die magnetische Fernwirkung dieses Vibrators kann man

1) J. Klemenčič, Wied. Ann. 42. p. 467. 1891.

mit derjenigen eines Multiplikatorrahmens vorgleichen, wenn dieser von Wechselströmen durchflossen wird.

3. *Der magnetische Resonator* ist in Fig. 3 abgebildet. Der ganze Resonator wird von einem Glasstäbchen gehalten, welches oben mit Hähkchen zum Aufhängen an den Torsionsfaden versehen ist. Sein Selbstinduktionskreis J besteht aus vier Windungen feinen Silberdrahtes resp. aus einem Silberband (Dicke = 0,01 mm). Der Condensator besteht aus zwei Electrometernadeln C_1 und C_2 , von welchen die obere fest mit dem Glasstäbchen verklebt ist, während die untere um den Glasstab gedreht und in der gewünschten Lage (mittels Klebwachs) fixirt werden kann: hierdurch lässt sich die Capacität des Condensators und mit hin auch die Periode des Resonators (im Bereiche von $\lambda_1 = 280$ cm bis $\lambda_2 = 420$ cm) verändern.

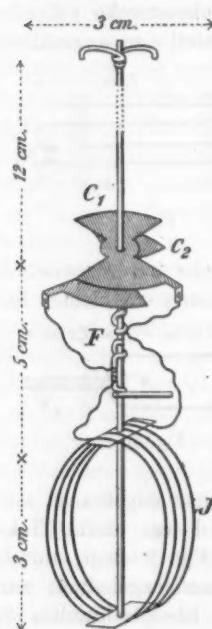


Fig. 3.

dass seine Windungsebene einen Winkel von 45° mit derjenigen des letzteren bildete.

Wir können diesen Resonator mit der Rolle eines Inductions-dynamometers vergleichen, deren Enden nicht miteinander, sondern mit einem Condensator verbunden sind, wodurch das System eine Eigenperiode bekommt.

Wie ersichtlich, ist die Anordnung so getroffen, dass die electrische Componente der Schwingung keine Drehung um den Torsionsfaden ausführen kann, dass also nur die magnetische Componente in Betracht kommt. Zum Zweck der Wellenlängenbestimmung ist eine Funkenstrecke F angebracht: der Funke springt zwischen zwei Platinösen über, welche durch einen Drahtvorsprung genügend fein eingestellt werden können; während der Torsionsbeobachtungen sind diese Platinösen weit auseinandergezogen. Der ganze Resonator wiegt 1,0 bis 1,2 g. Er wurde in 8 cm Entfernung über dem magnetischen Vibrator so aufgehängt,

4. *Der magnetische Indicator* war ein geschlossener Ring ($D=15$ mm) von feinem Silberdraht und wurde in derselben Orientirung wie der Resonator jedoch im Innern des magnetischen Vibrators an einem Torsionsfaden aufgehängt; der Apparat ist demnach ein einfaches Inductiionsdynamometer.

5. *Der electriche Vibrator*, welcher von dem unter ihm aufgestellten Primärleiter (1) erregt wurde, bestand (Fig. 4) aus zwei Zinkplatten P_1 und P_2 (40×40 cm), die durch ein Kupferband Δ (20 cm breit, 55 cm lang) miteinander verbunden waren und durch vier Glasstäbe $G G$ in 25 cm Abstand gehalten wurden; zwischen ihnen bildete sich ein electrisches Feld von genügender Ausdehnung und Intensität. Seine Wellenlänge $\lambda = \text{ca. } 350$ cm.

6. *Der electrische Resonator* (Fig. 5) wird von einem dünnen, mit Aufhängehäkchen versehenen Glasstäbe getragen. Sein Selbstinductiionskreis J ist ein langes Solenoid von dünnem Silberdrahte; als Condensator dienen zwei Cylinderquadranten C_1 und C_2 , welche zur Verminderung des Trägheitsmomentes nicht aus massiven Blechen, sondern je aus fünf sehr leichten (2 mm breiten und 0,01 mm dicken) Aluminiumbändern bestehen, die zwischen zwei 8-förmigen Glashaltern $G G$ gespannt sind.

Wie aus der Anordnung ersichtlich ist, können in diesem Falle nur die electrischen, nicht die magnetischen Kräfte eine Drehung um den Torsionsfaden ausüben. Die Funkenstrecke F ist in derselben Weise wie bei dem magnetischen Resonator (3) eingerichtet. Um die Wellenlänge dieses Resonators im Bereich von $\lambda_1 = 280$ cm bis $\lambda_2 = 440$ cm zu ver-

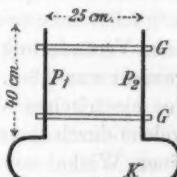


Fig. 4.

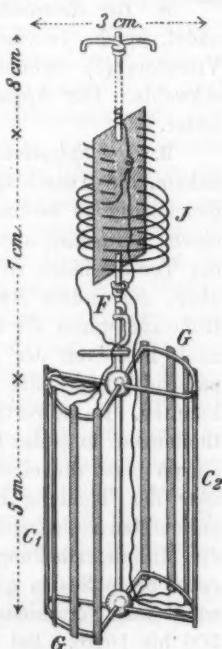


Fig. 5.

ändern, werden die einzelnen Windungen des Solenoids weggeschritten resp. neue Drahtstücke hinzugefügt und die Enden möglichst nahe an dem Glashalter verlöhet, wodurch keine merkliche Veränderung des Trägheitsmomentes entstand; sein Totalgewicht war 0,8 g. Der Resonator wurde zwischen den Platten des electrischen Vibrators (5) so aufgehängt, dass die Ebene, welche durch seine Axe geht und die Cylinderquadranten halbiert einen Winkel von 45° mit den Kraftlinien des Feldes bildete.

Diesen Resonator können wir als eine Electrometeradel auffassen, deren Hälften nicht direct, sondern durch einen Leiter mit genügender Selbstinduction verbunden sind, wodurch das System die geforderte Eigenschwingung bekommt.

8. *Der electrische Indicator* war eine kurze Electrometeradel, welche zwischen zwei mit den Platten des electrischen Vibrators (5) verbundenen Drähten an einem Torsionsfaden schwebte. Der Apparat war demnach ein einfaches Electrometer.

9. *Die Spiegelablesung.* Da es bei den Messungen darauf ankam, die Ausschläge des Resonators und die des Indicators gleichzeitig zu beobachten, habe ich versucht beide Scalen mit einem Fernrohre abzulesen. Das Fernrohr war in der Ebene der Torsionsfäden so aufgestellt, dass der eine Spiegel etwas über, der andere etwas unter der optischen Axe lag; in der Ruhelage waren die Spiegelnormalen etwas nach rechts resp. nach links von der Fernrohraxe herausgedreht, sodass zwei passend aufgestellte Scalen gleichzeitig beobachtet werden konnten. Es ist vortheilhaft, dass im Fernrohre die Millimetertheilungen längs des Horizontalfadens fast zusammenstossen — darum muss die eine Scala die Bezifferung *unter*, die andere *über* der Theilung haben; es empfiehlt sich, die so eingerichteten Scalen auf breite Latten aufzuziehen und hart bis an die Millimetertheilung zu schwärzen: im Fernrohre erscheinen dann beide Scalen ganz scharf; um Irrthümern vorzubeugen, wählt man verschiedene Bezifferung (von 0 bis 500 resp. von 500 bis 1000). Bei meinen Beobachtungen habe ich den Indicatoren die (halbe) Schwingungsdauer von 10 Secunden, den Resonatoren von 12 bis 18 Secunden gegeben: die Umkehrpunkte beider Ausschläge liessen sich recht bequem nacheinander ablesen.

Die Resonatoren und Indicatoren waren vor Luftströmungen geschützt, die ersteren durch einen doppelwandigen Pappkasten; um beim Einsetzen und Herausheben des Resonators den Torsionsfaden nicht zu beschädigen, war eine Gabel angebracht, welche analog wie die Arretirvorrichtung einer Waage wirkte.

Die Torsionsfäden waren aus Quarz; der Quarzfaden, welcher für die Resonatoren diente, gab eine (halbe) Schwingungsdauer von 17 Secunden, wenn er mit einem Kreisring von 3 cm Durchmesser und 0,26 g Gewicht belastet war.

III. Die Messung der Wellenlängen.

a) Die Vorversuche.

Bei der Bestimmung der Wellenlängen der Resonatoren, welche Dank der Entdeckung von Sarasin und de la Rive¹⁾ sich in so einfacher Weise durch Beobachtung der Knoten an Drähten ausführen lassen, haben sowohl Bjerknes²⁾ als auch Blondlot³⁾ und Perot⁴⁾ für ihre Bestimmungen nach dem Vorgange von Hertz⁵⁾ solche Primärleiter gewählt, welche mit den zu untersuchenden Resonatoren in Resonanz waren. Demgegenüber hat Birkeland⁶⁾ darauf hingewiesen, dass das Gesetz von Sarasin und de la Rive nicht streng gilt, namentlich nicht in der unmittelbaren Nähe der Resonanz: ist die Wellenlänge des Primärleiters erheblich kleiner als die Wellenlänge des Resonators, so weicht die gemessene Grösse wenig von ihrem wahren Werthe ab; ändern wir den Primärleiter, sodass seine Wellenlänge wächst, so finden wir, dass die gemessene Wellenlänge des Resonators abnimmt, ein Minimum erreicht, um beim Uebergange über die Resonanz rasch ihr Maximum zu erlangen und weiter wieder, gegen einen constanten Endwerth convergirend, abzunehmen; das Verhalten ist in Fig. 6 veranschaulicht: als Abscissen $P_1 P_2$ sind die Wellenlängen des Primärleiters, als Ordinaten, die entsprechen-

1) E. Sarasin und L. de la Rive, Archives de Genève (3) 23. p. 113. 1890; Beibl. 14. p. 419. 1890; Archives de Genève (3) 29. p. 441; 1893; Beibl. 17. p. 967. 1893.

2) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 78. 1891.

3) R. Blondlot, Journ. de Phys. (2) 10. p. 558. 1891.

4) A. Perot, Compt. rend. 114. p. 1528. 1892.

5) H. Hertz, Wied. Ann. 34. p. 558. 1888.

6) R. Birkeland, Wied. Ann. 47. p. 611. 1892.

den gemessenen Wellenlängen des Resonators aufgetragen. Unter Umständen können diese Abweichungen, nach Birke-land, $\pm 0,04 \lambda$ erreichen; meine diesbezüglichen Untersuchungen ergaben, dass diese Abweichungen mit wachsender Dämpfung des Primärleiters abnehmen — ich habe deshalb diese Dämpfung zu vergrössern gesucht, indem ich in seine Strohmbahn Flüssigkeitswiderstände einschaltete und nach Bjerknes¹⁾ die Collectorplatten der Drahtleitung denen des Primärleiters möglichst näherte, wodurch die Abweichungen auf $\pm 0,003 \lambda$ zurückgingen; um sich auch von diesen Schwankungen zu befreien,

habe ich alle Messungen bei zwei verschiedenen Wellenlängen des Primärleiters, welche angenähert $0,1 \lambda$ über resp. unter der Resonanz lagen, ausgeführt und das Mittel genommen.

Was die Eigenschwingungen des Lecher'schen Systemes an-

belangt, welche nach Ebert und Wiedemann²⁾ einen sehr complicirten Verlauf haben, so musste ich bald nach den ersten Versuchen auf kurze Drähte verzichten. Für lange

(6 bis 8λ) Drähte habe ich die Wirkung der am „offenen“ Ende reflectirten Welle besonders untersucht, indem ich

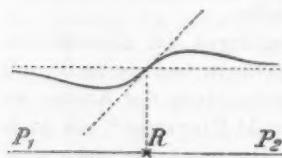


Fig. 6.

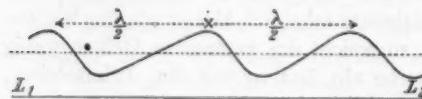


Fig. 7.

die Drähte mit einem Metallblech überbrückte (hinter dieser Brücke war keine electriche Bewegung wahrnehmbar — in electricher Beziehung endeten hier die Drähte) und verlängerte sie durch Vorschieben dieser Brücke von 25 zu 25 cm; es ergab sich, dass die gemessene Wellenlänge des Resonators nicht constant ist, sondern im Bereiche von $\pm 0,03 \lambda$ periodisch schwankt, wie es Fig. 7 veranschaulicht: als Abscisse $L_1 L_2$ ist die hinzugefügte Drahlänge, als Ordinaten die entsprechenden gemessenen Wellenlängen λ des Resonators aufgetragen. Nach zahlreichen Versuchen die am „offenen“ Ende reflectirte Welle

1) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 524. 1891.

2) H. Ebert und E. Wiedemann, Wied. Ann. 48. p. 570. 1893.

durch Einschalten von Flüssigkeitswiderständen zu schwächen, hat sich die folgende Anordnung als allen Anforderungen genügend erwiesen: das Lecher'sche System ist nicht von Kupferdrähten, sondern von langen dünnen *Eisendrähten* gebildet, in welchen die fortschreitenden Wellen, nach Birkeland¹⁾, bedeutend gedämpft werden, — die reflectirte Welle wird bei dem zweimaligen Durchlaufen der Drahtleitung so stark geschwächt, dass ihr Einfluss auf die gemessene Wellenlänge des Resonators unmerklich wird; die obengenannten periodischen Schwankungen (Fig. 7) waren thatsächlich ca. zehnmal kleiner geworden (d. h. $\pm 0,003 \lambda$) und sanken somit unter die zufällige Abweichung der Einzelbeobachtungen.

Die Resultate dieser Vorversuche ergeben, dass man ohne Rücksicht auf die Periode des Primärleiters und auf die Eigenschwingung des Lecher'schen Systemes zu nehmen, bei der bisher üblichen Versuchsanordnung die Wellenlänge des Resonators mitunter mit einem zufälligen Fehler von $\pm 0,05 \lambda$ bestimmen kann; berücksichtigt man die genannten Factoren in angegebener Weise, so lässt sich die gesuchte Wellenlänge bis auf $\pm 0,003 \lambda$ frei von systematischen Fehlern bestimmen.

b) Die definitive Anordnung.

Der Primärleiter des Lecher'schen Systemes bestand (Fig. 8) aus zwei parallelen Messingröhren (50 cm lang, in 6 cm Abstand), welche eine an einer Theilung verstellbare,

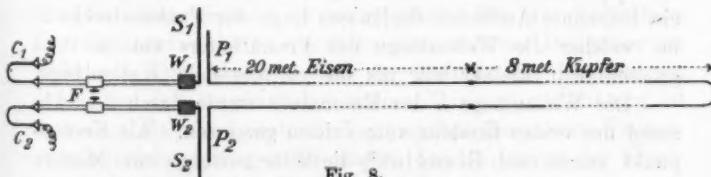


Fig. 8.

nach Sarasin und de la Rive²⁾ in Vaselineöl tauchende Funkenstrecke *F* trugen und, nach Töpler³⁾ durch zwei Flüssigkeits-

1) K. Birkeland, Compt. rend. 116. p. 93. 1893; Beibl. 17. p. 1099. 1893.

2) E. Sarasin und L. de la Rive, Compt. rend. 115. p. 439. 1892; Arch. de Genève (8) 28. p. 306. 1892; Beibl. 17. p. 597. 1893.

3) A. Töpler, Wied. Ann. 46. p. 467. 1892.

capillaren $C_1 C_2$ mit dem Inductorium verbunden waren; durch zwei Flüssigkeitswiderstände W_1 und W_2 (von je ca. 150 Ohms) waren diese Messingröhren mit kreisrunden ($D = 30$ cm) Zinkscheiben S_1 und S_2 verbunden. Diesen Scheiben standen die Collectorplatten P_1 und P_2 gegenüber und von diesen letzteren führten zwei je 20 m lange, 0,6 mm dicke *Eisendrähte*, welche parallel, in 6 cm. Abstand in einer weiten Schleife im Arbeitsraume aufgespannt waren; an die Eisendrähte waren 0,6 mm dicke, je 8 m lange *Kupferdrähte* angelötet, deren freie Enden miteinander verbunden waren; an diesen wurde die Knotenbestimmung ausgeführt. Die ganze Leitung befand sich möglichst weit (mindestens 0,8 m) von den Wänden; auf Parallelismus der Drähte war besonders geachtet um die schädlichen „inneren Reflexionen“, welche nach v. Geitler¹⁾ erhebliche Beträge erlangen können, zu umgehen. Um bei wiederholten Einstellungen störende Anhaltspunkte zu vermeiden, war der Maassstab auf den einen Kupferdraht selber aufgetragen, in Form von kleinen, bei gedämpften Lichte unsichtbaren Drahtringen, welche in je 50 cm Abstand befestigt waren; ein anlegbarer Holzmaassstab ermöglichte die genaue Ablesung der Einstellungsmarken.

Die Wellenlängen, welche dem beschriebenen Primärleiter (Fig. 8) bei verschiedenen Lagen seiner Funkenstrecke F entsprachen, wurden nach Bjerknes²⁾ vermittelst eines Hülfsresonators gefunden; sie lagen im Bereiche von $\lambda_1 = 260$ cm bis $\lambda_2 = 460$ cm. Eine kleine graphische Tabelle gestattete ein bequemes Auffinden derjenigen Lage der Funkenstrecke F , bei welcher die Wellenlänge des Primärleiters um ca. 0,1 λ grösser resp. kleiner war als die zu messende Wellenlänge.

Die Wellenlänge λ des Resonators wurde durch den Abstand des ersten Knotens vom dritten gemessen. Als Knotenpunkt wurde nach Blondlot³⁾ die Mitte zwischen zwei Marken angenommen, zwischen welchen der Resonatorfunke verschwindet; aus vielen hunderten von Beobachtungen geht hervor, dass man diesen „dunklen Gang“ des Resonators nicht zu klein wählen darf — am geeignetsten ist er zu 0,15 λ zu nehmen.

1) J. v. Geitler, Wied. Ann. 49. p. 195. 1893.

2) V. Bjerknes, l. c. p. 78.

3) R. Blondlot, l. c. p. 558.

Die mittlere Abweichung einer Einzelbeobachtung lässt sich bei einiger Uebung unschwer auf $\pm 0,005 \lambda$ (± 2 cm) bringen.

Die Bestimmung der Wellenlänge eines Resonators setzte sich aus folgenden Operationen zusammen. Zuerst wurde die Wellenlänge des Resonators bei beliebiger Lage des Primärfunkens angenähert bestimmt; hierauf wurde der Funke des Primärleiters so fixirt, dass die Wellenlänge des letzteren angenähert $0,1 \lambda$ grösser resp. $0,1 \lambda$ kleiner war, als die gemessene Wellenlänge des Resonators. Bei diesen zwei Lagen des Primärfunkens wurde der Knotenabstand je viermal bestimmt; die Mittel beider Reihen wurden zum Gesamtmittel vereinigt.

Die so gemessene Wellenlänge gilt für den Resonator, wenn sein Funkenmikrometer eine bestimmte Stellung hat. Verändern wir die Länge des Mikrometerfunkens und bestimmen die Wellenlänge abermals (indem wir der leichteren Beobachtung wegen auch den Erregerfunken des Primärleiters entsprechend abändern), so finden wir keine nennenswerthe Differenz. Entfernen wir die Mikrometerösen auf 2—3 mm, wie es für die „Torsionsbeobachtungen“ nothwendig ist, so ändern wir die Wellenlänge des Resonators wahrscheinlich nur sehr wenig; die relativen Grössen, auf die es ankommt, werden dadurch kaum beeinflusst.

IV. Die Beobachtungen.

Nachdem ich mich überzeugt hatte, dass das Verhältniss der Torsionsausschläge des Resonators und des Indicators sowohl von dem Abstande und der Stellung des Erregers als auch von der Beschaffenheit seines Funkens unabhängig ist und dass die electrostatische Ladung (bei übergrösser Funkenstrecke) sich nicht geltend macht, konnte ich zu der Untersuchung mechanischer Kräfte übergehen.

Eine jede Einzelbeobachtung bestand aus einer Wellenlängenbestimmung des Resonators, welche, wie oben (III b) angeführt, sich aus acht Einzelbeobachtungen zusammensetzte und aus der Messung der Torsionskräfte; diese letztere wurde in folgender Weise vorgenommen: nachdem der Resonator an den Torsionsfaden angehängt war, wurde abgewartet, bis sich Resonator und Indicator beruhigten, ihre Ruhelage notirt und

das Inductorium durch Stromschluss in Gang gesetzt; nach 10 Sec., mit dem zehnten Schläge eines Metronoms, wurde der Strom unterbrochen und der Umkehrpunkt des Indicators und der des Resonators abgelesen; diese Beobachtung wurde achtmal wiederholt.

Um den Verlauf der Messungen zu illustrieren, möchte ich hier etwas abgekürzt zwei Beobachtungsprotocolle anführen, welche sich auf weiter unten mitgetheilte Tabellen beziehen.

Magnetischer Resonator.
(Tab. I Beob. Nr. 3.)

<i>P</i>	λ	<i>J</i>	<i>R</i>	$R_{J=180}$
300	333	184	+ 8,3	+ 8,1
	329	183	7,2	7,1
	329	180	7,7	7,7
	332	185	7,7	7,5
	331 ± 2	186	7,5	7,3
	331	172	8,0	8,3
360	334	186	7,2	7,0
	333	178	+ 7,6	+ 7,5
	328			+ 7,6
	$331,5 \pm 2$			

$$\lambda = 331 \text{ cm} \pm 2; R_{J=180} = + 7,6 \pm 0,4$$

Elektrischer Resonator.
(Tab. II Beob. Nr. 3.)

<i>P</i>	λ	<i>J</i>	<i>R</i>	$R_{J=180}$
385	372	32	- 14,5	- 18,1
	372	35	13,5	15,4
	377	40	16,7	16,7
	379	41	16,5	16,1
	374 ± 2	38	14,5	15,3
	375	37	14,0	15,0
415	378	43	16,9	14,9
	379	36	- 18,0	- 14,6
	375			- 15,7
	$376,5 \pm 2$			

$$\lambda = 375 \text{ cm} \pm 2; R_{J=40} = - 15,7 \pm 0,9.$$

Darin bedeutet

P = die Wellenlänge des Primärleiters im Lecher'schen System, bei welcher die λ = Messung ausgeführt wurde;

λ = die beobachtete Entfernung des dritten Knotens vom ersten, d. h. die Wellenlänge des Resonators;

J = der beobachtete Ausschlag des Indicators in Scalenteilen;

R = der beobachtete Ausschlag des Resonators bei der Torsionsbeobachtung in Scalenteilen; über das Vorzeichen vgl. weiter unten;

$R_{J=180}$, resp. $R_{J=40}$ = der berechnete Ausschlag des Resonators, welcher den Indicatorausschlägen $J = 180$ Scth. resp. $J = 40$ Scth. entsprechen müsste.

Aus dem zahlreichen Beobachtungsmaterial möchte ich im Folgenden nur zwei Beobachtungsreihen, welche sich auf den magnetischen resp. auf den electricischen Resonator beziehen, mittheilen, da die übrigen Beobachtungen *durchaus denselben Verlauf aufwiesen*.

In den Tabellen bedeutet N die Ordnungsnummer der Beobachtung, λ und R haben die oben angeführte Bedeutung. Was das Vorzeichen von R anbelangt, so ist durch (+) die Drehung nach der Richtung bezeichnet, bei welcher der Winkel zwischen den Kraftlinien des Resonators und des Vibrators verkleinert wird, d. h. sich die Windungsebene des magnetischen Resonators der des magnetischen Vibrators parallel zu stellen resp. die Quadranten des electricischen Resonators sich den Condensatorplatten des electricischen Vibrators gegenüberzustellen suchen; demnach entspricht das Vorzeichen + *der Anziehung*; für die Drehung im entgegengesetzten Sinne ist das Vorzeichen - *der Abstossung* entsprechend beibehalten. Die Fig. 9 und Fig. 10 veranschaulichen das Verhalten der mechanischen Kräfte; als Abscissen sind λ , als Ordinaten R aufgetragen; durch V ist die Wellenlänge des Vibrators bezeichnet.

Tabelle I.
Magnetischer Resonator.

N	λ	$R_{J=180}$
5	301 ± 2	+ $3,4 \pm 0,4$
4	311 ± 2	+ $3,8 \pm 0,3$
3	331 ± 2	+ $7,6 \pm 0,4$
2	$340 \pm 2,5$	+ $14,8 \pm 1,0$
8	351 ± 2	+ $52,0 \pm 8,0$
1	$371 \pm 1,5$	- $18,8 \pm 0,6$
7	389 ± 2	- $8,5 \pm 0,2$
6	$414 \pm 2,5$	- $4,5 \pm 0,3$

Die Wellenlänge des magnetischen
Vibrators $V = 359$ cm \pm 6.

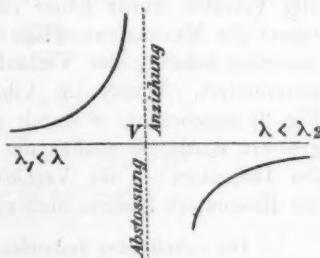


Fig. 9.

Tabelle II.
Electrischer Resonator.

<i>N</i>	<i>λ</i>	<i>R_J = 40</i>	<i>V</i>	<i>Anziehung</i>	<i>Abstossung</i>	<i>λ < λ₂</i>
7	283 ± 1	+ 7,6 ± 1,3				
4	323 ± 1,5	+ 14,6 ± 0,5		λ < λ		
6	333 ± 1,5	+ 19,5 ± 2,4				
4	359 ± 2	- 22,6 ± 1,4				
3	376 ± 2	- 15,7 ± 0,9				
2	389 ± 1,5	- 8,1 ± 0,8				
1	418 ± 1,5	- 4,7 ± 0,5				

Die Wellenlänge des electrischen
Vibrators $V = 346 \text{ cm} \pm 5$.

Fig. 10.

Die beobachteten Thatsachen lassen sich in folgender Weise zusammenfassen:

1. Die magnetischen und die electrischen Resonatoren verhalten sich gleich.
2. Sind sie höher gestimmt so werden sie von dem auffallenden Wellenzuge angezogen; sind sie tiefer gestimmt, so werden sie abgestossen.¹⁾
3. Die Maxima dieser entgegengesetzten Wirkungen liegen in der Nähe der Resonanz.

Alle Versuche, den Verlauf der Curven in unmittelbarer Nähe der Resonanz zu verfolgen, führten zu keinem befriedigenden Resultate: in diesem Bereich ist die Erregung des Resonators sehr energisch, und die Drähte, welche seinen Induktionskreis bilden, erhitzen sich so stark, dass Luftströmungen entstehen, welche den Resonator in heftigen, unregelmässigen Stößen hin- und herschleudern.

Mit dem magnetischen Resonator habe ich zahlreiche Messungen bei verschiedenen Versuchsbedingungen angestellt. Der Vibrator wurde höher resp. tiefer gestimmt als der Erreger: die Maximalausschläge des Resonators verschoben sich dementsprechend, der Verlauf der Erscheinung blieb jedoch unverändert. Wurde im Vibrator ein Nebenschluss W (vgl. Fig. 2) angebracht, wodurch seine Dämpfung wesentlich vergrössert wurde, so sanken die Ausschläge des Resonators und des Indicators — ihr Verhältniss für gleiche Wellenlängen des Resonators änderte sich nicht merklich.

1) Die auftretenden drehenden Kräfte suchen die Anziehung zu vergrössern resp. die Abstossung zu verkleinern.

Auch die Versuche, welche ich anfangs mit weniger handlichen Apparaten ausführte, gaben übereinstimmend denselben Verlauf.

Eine genauere quantitative Untersuchung der Erscheinung, namentlich in der unmittelbaren Nähe der Resonanz, scheint mir ganz anderer Apparate zu bedürfen, als welche mir zur Verfügung standen.

V. Zur Theorie.

Die mechanischen Kräfte, welche ein Wellenzug auf einen Resonator ausübt und ihre Abhängigkeit von der Eigenperiode des letzteren werden der Berechnung zugänglich, wenn zwei Annahmen gemacht werden: die erste das Gesetz der Anregung des Resonators durch den Wellenzug und die zweite die mechanische Wechselwirkung der erregenden und der erregten Bewegung betreffend.

Im Nachfolgenden möge die Rechnung für den Fall durchgeführt werden, wo die erregende Kraft $f(t)$ eine gedämpfte Sinusschwingung ist und die Form hat

$$(A) \quad f(t) = a e^{-\alpha t} \cos \omega t.$$

Hierin bedeutet a die Anfangsamplitude, α ist der Schwingungszahl proportional und ω die Dämpfung.

Machen wir mit Bjerknes¹⁾ die Annahme, dass die Erregung eines elektromagnetischen Resonators denselben Gesetzen folgt wie eine gedämpfte Pendelschwingung unter dem Einflusse einer gedämpften periodischen Kraft, so lässt sie sich darstellen als Superposition einer erzwungenen Schwingung und einer freien Eigenschwingung, welche die dem Resonator eigenthümliche Schwingungszahl und Dämpfung hat. In unserem Falle ist diese Bewegung $\varphi(t)$

$$(B) \quad \varphi(t) = A e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \alpha') + B e^{-\beta t} \sin(\beta t + \beta').$$

Die Constanten haben folgende Werthe.

$$A = \frac{\alpha a^2}{V[b^2 + (\alpha - \beta)^2 - a^2]^2 + 4 a^2(\alpha - \beta)^2}$$

$$\alpha' = \operatorname{arctg} \frac{1}{2a} \cdot \frac{a^2 - (\alpha - \beta)^2 - b^2}{\alpha - \beta}$$

1) V. Bjerknes l. c. p. 81.

$$B = -A \cdot \frac{+ \sqrt{b^2 + (\alpha - \beta)^2}}{b}$$

$$b' = \operatorname{arctg} \cdot \frac{b}{\alpha^2 + (\alpha - \beta)^2 + b^2} \cdot \frac{\alpha^2 - (\alpha - \beta)^2 - b^2}{\alpha - \beta}$$

Hierin hat die Amplitude A dasselbe Vorzeichen wie $\beta - \alpha$ und die Epochen a' und b' liegen zwischen $+\pi/2$ und $-\pi/2$.

Es möge weiter die Annahme gemacht werden, dass der Impuls dK der mechanischen Kräfte für jedes Zeitelement dt dem Product der erregenden und der erregten Bewegung proportional ist, mit anderen Worten, dass die Gesetze von Coulomb und Ampère gelten. Es sei also

$$(C) \quad dK = f(t) \varphi(t) dt.$$

Verstehen wir unter „Bewegung“ den magnetischen resp. den electricischen Polarisationszustand des Mediums, wie er durch die erregende und die erregte Schwingung bedingt wird, so müssen wir den Impuls dK als eine *anziehende Kraft* auffassen, da wir zwei Polarisationsen gleichgerichtet nennen, wenn ihre Kraftlinien einen spitzen Winkel bilden und dann die wirkenden mechanischen Kräfte einer Anziehung entsprechen. Es braucht hier wohl kaum erwähnt zu werden, dass man zu denselben Resultaten gelangt, wenn man nicht die Polarisation, sondern die Erscheinung der Induction resp. der electricischen Ladung im Resonator verfolgt.

Handelt es sich darum, den Totalimpuls K für eine Zeitdauer zu berechnen, während welcher die electricischen Schwingungen bis auf einen verschwindenden Bruchtheil absterben, so ist es statthaft und für die Rechnung vortheilhaft die Integration bis $t = \infty$ zu erstrecken.

$$(D) \quad K = \int_0^\infty f(t) \varphi(t) dt.$$

Die Grösse K ist der *anziehenden Kraft* direct proportional.

Die Integration lässt sich ohne Weiteres auf die Cauchy'schen Integrale zurückführen und ergibt.

$$(1) \quad K = \left\{ \begin{array}{l} \frac{A \alpha}{2} \left[\frac{\sin a'}{2 \alpha} + \frac{\alpha \sin a' + a \cos a'}{2(a^2 + a'^2)} \right] \\ + \frac{B \alpha}{2} \left[\frac{(\alpha + \beta) \sin b' + (b - a) \cos b'}{(a + \beta)^2 + (a - b)^2} + \frac{(\alpha + \beta) \sin b' + (a + b) \cos a'}{(a + \beta)^2 + (a + b)^2} \right] \end{array} \right\}$$

Dieser Ausdruck lässt sich wesentlich vereinfachen, wenn wir uns auf nicht zu grosse Abweichungen von der Resonanz beschränken und die Dämpfung α und β als klein voraussetzen. Dann können wir die Glieder, welche a^2 resp. $(a+b)^2$ im Nenner haben, den anderen gegenüber vernachlässigen und die Constanten abgekürzt setzen.

$$B = -A$$

$$\operatorname{tg} b' = \operatorname{tg} a'$$

und erhalten nach passenden Umformungen.

$$(2) \quad K' = \frac{a^2(b^2 - a^2)a^2}{(b^2 - a^2)^2 + 4a^2(a - \beta)^2} \left[\frac{1}{2\alpha} - \frac{2\beta}{(a + \beta)^2 + (b - a)^2} \right].$$

In unmittelbarer Nähe der Resonanz vereinfacht sich der Ausdruck (2) noch weiter, sofern wir $(b^2 - a^2)$ durch $2a(b - a)$ ersetzen können. Es wird dann

$$(3a) \quad K'_R = \frac{a^2}{4\alpha} \cdot \frac{a(b - a)}{(a + \beta)^2 + (b - a)^2}.$$

Schliessen wir die unmittelbare Nähe der Resonanz aus, so wird $(b - a)$ den Werthen α bez. β gegenüber sehr gross und wir können (2) in einer anderen Weise vereinfachen.

$$(3b) \quad K'_r = \frac{a^2}{4\alpha} \cdot \frac{2}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

Etwas anderes lassen sich beide Gleichungen (3a) und (3b) schreiben, wenn wir die Energiemenge betrachten, welche auf den Resonator fällt. Für jedes Zeitelement dt ist die Energiemenge dE , welche durch das Medium wandert proportional $[f(t)]^2 dt$; die während der ganzen Zeit aufgefallene Energiemenge E ist¹⁾

$$E = a^2 \int_0^\infty e^{-2at} \cos^2 at dt = \frac{a^2}{4\alpha}.$$

Demnach können wir schreiben

$$(I) \quad K_R = E \frac{a(b - a)}{(a + \beta)^2 + (b - a)^2}$$

$$(II) \quad K_r = E \frac{2}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

1) Vgl. V. Bjerknes, l. c. p. 84.

Um den Verlauf der den Resonator angreifenden mechanischen Kräfte zu illustrieren, für den Fall, dass die erregende Schwingung constant ist, hingegen die Periode und die Dämpfung des Resonators verändert werden, möge Fig. 11 dienen; die positiven Ordinaten entsprechen der Anziehung, die negativen — der Abstossung; die Figur umfasst ein Bereich von $(b - a) = \pm 10\alpha$. Um mit den Fig. 9 und Fig. 10 in Ueber-einstimmung zu bleiben, sind als Abscissen nicht die Schwingungszahlen des Resonators, sondern die entsprechenden reciproken Werthe, d. h. die Wellenlängen, aufgetragen, welche von links nach rechts zunehmen.

In Worte gefasst lauten die Resultate wie folgt:

1. Die mechanische Wirkung der erregenden Welle auf den Resonator ist direct proportional der auffallenden Energiemenge und abhängig nur von dem Verhältniss der Schwingungszahlen, nicht von ihren absoluten Werthen.

2. Wenn der Resonator höher gestimmt ist als die erregende

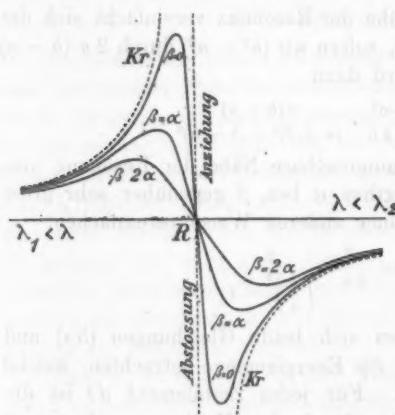


Fig. 11.

Schwingungsquelle, so wird er von ihr angezogen; diese Anziehung erreicht in der unmittelbaren Nähe der Resonanz ihr Maximum, geht beim Ueberschreiten der Resonanz rasch aber stetig in eine maximale Abstossung über, welche mit wachsender Verstimmung abnimmt; bezüglich des Resonanzpunktes ist der Verlauf der Erscheinung symmetrisch.

3. Die Maxima der mechanischen Kräfte liegen bei $(b - a) = \pm (\alpha + \beta)$ und erreichen bei sonst gleichen Bedingungen Werthe, welche zu $(\alpha + \beta)$ reciprok sind.

Es ist unschwer das Verhalten mechanischer Kräfte auch für den Fall abzuleiten, wo als Schwingungsquelle ein vom

Primärleiter erregter Vibrator dient, wobei außer den lange andauernden Schwingungen des Vibrators mit der Schwingungszahl α und der Dämpfung α noch andere, durch den Primärleiter bedingte, Schwingungen auftreten, aber bald, dank der grossen Dämpfung γ des Primärleiters, absterben; diese Schwingungen bedingen, dass in den Ausdrücken (I) und (II) ein Correctionsglied berücksichtigt werden muss, dessen Grösse zu K im reciproken Verhältnisse steht, wie γ zu α ; da α mit γ verglichen, sehr klein ist, nach Bjerknes¹⁾ kaum ein Hundertstel beträgt, so ist es gestattet, in erster Annäherung die Gl. (I) und (II) auch auf unsere Messungen anzuwenden.

Es ergiebt sich, dass die der Rechnung zu Grunde liegenden Annahmen zu einem Resultat führen, welches mit den Beobachtungen im Einklange steht; wir können demnach die gemachten Annahmen als richtig betrachten.

6. Schluss.

Fassen wir die gewonnenen Resultate zusammen, so sehen wir folgendes:

1. Das Gesetz, nach welchem eine electromagnetische Schwingung auf einen Resonator mechanisch wirkt, kann aus den Versuchen abgeleitet werden und ergiebt sowohl für die magnetische als auch für die electriche Componente der Schwingung gleiches Verhalten.

2. Die beobachteten Erscheinungen lassen sich ohne weiteres erklären, wenn nur die Annahmen gemacht werden:

a) dass die Erregung des electricchen Resonators, nach V. Bjerknes, den Gesetzen gehorcht, welche für alle elastischen Schwingungen gelten, und

b) dass die Gesetze von Coulomb und von Ampère auch für electriche Schwingungen gelten.

Stellen wir uns auf den Standpunkt der electromagnetischen Lichttheorie, machen wir die Annahme, dass die Hertz'schen Wellen Lichtwellen von grosser Schwingungsperiode sind, so können wir unsere Versuche als eine Bemühung ansehen,

1) V. Bjerknes, l. c. p 89.

experimentell an übergrossen schematischen Moleculmodellen in ersten Zügen diejenigen „Molecularkräfte“ zu untersuchen, welche durch gegenseitige Bestrahlung hervorgebracht werden.¹⁾

Physikal. Laborat. der Moskauer Univers. im März 1894.

1) Bezuglich der mechanischen Wirkung der Lichtwellen vgl. meine frühere Abhandlung. Wied. Ann. 45. p. 297. 1892 resp. übersetzt in Phil. Mag. (5) 33. p. 395. 1892.

len
er-
cht
94.
ine
in

3. Ueber die Schallgeschwindigkeit in Luft, Gasen und Dämpfen für einfache Töne verschiedener Tonhöhe; von James Webster Low, B. A.

§ 1. Einleitung.

Durch das Erscheinen der grossen Arbeit Regnault's¹⁾ und die unmittelbare Bestätigung seiner Resultate durch Le Roux²⁾ wurde das allgemeine Vertrauen zu den früheren Werthen der Schallgeschwindigkeit stark erschüttert.

In neuerer Zeit hat man die Wellenlänge für verschiedene hohe Töne gemessen und daraus die Schallgeschwindigkeit berechnet. Kundt³⁾ und Kayser⁴⁾ maassen die Wellenlänge mit den von Kundt entdeckten Staubfiguren; Schneebeli⁵⁾ und Seebbeck⁶⁾ mit Quincke'schen⁷⁾ Interferenzröhren. Dabei ergab sich für höhere Töne eine grössere Schallgeschwindigkeit, als für tiefere Töne, umgekehrt wie bei den Versuchen von Regnault und König.⁸⁾

Helmholtz⁹⁾ und Kirchhoff¹⁰⁾ zeigten durch theoretische Untersuchungen, dass die Reibung und die Wärmeleitung der Luft oder der Gase Wellenlänge und Schallgeschwindigkeit in engen Röhren bedeutend beeinflussen. Diese Theorie stimmt mit den Versuchen von Kundt, welcher Tongemische benutzt hat, nur unvollkommen, mit den Versuchen von Schneebeli,

1) Regnault, Compt. Rend. **66**. p. 209—220: Mém. de l'Institut 25. 1867.

2) Le Roux, Ann. de Chem. 4. Série. **12**. p. 345—418.

3) Kundt, Pogg. Ann. **127**. p. 497. 1866; Pogg. Ann. **135**. p. 337 bis 372 u. 527—561. 1868.

4) Kayser, Wied. Ann. **2**. p. 218—241. 1877; Wied. Ann. **6**. p. 465. 1879.

5) Schneebeli, Pogg. Ann. **136**. p. 296. 1869.

6) Seebbeck, Pogg. Ann. **139**. p. 104. 1870.

7) Quincke, Pogg. Ann. **128**. p. 177. 1866.

8) König, Mém. de l'Institut **37**. p. 435.

9) Helmholtz, Verhandlungen des natur.-histor.-medicin. Vereins zu Heidelberg vom Jahre 1863. 3. p. 16.

10) Kirchhoff, Pogg. Ann. **134**. p. 177. 1868.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. 52.

Seebeck und Kayser, welche reine musikalische Töne verwandten, besser überein.

Da aus verschiedenen Gründen die Versuche der zuletzt erwähnten Herren nicht allen Ansprüchen genügen, habe ich die Frage der Schallgeschwindigkeitsbestimmung einer neuen Untersuchung unterworfen.

§ 2. Aufgabe der Arbeit.

Ich suchte folgende Fragen zu beantworten:

1. Wie ändert sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Gasen und Dämpfen bei verschiedenen hohen Tönen in Röhren von verschiedenem Durchmesser?

2. Wie kann man aus der in Röhren gefundenen Schallgeschwindigkeit die Schallgeschwindigkeit im unbegrenzten Raume berechnen?

§ 3. Untersuchungsmethode.

Auf Vorschlag von Hrn. Prof. Quincke habe ich die Wellenlänge für Stimmabköntone von bekannter Schwingungszahl mit einer Quincke'schen Interferenzröhre gemessen, indem ich nicht ein Minimum wie Seebeck, sondern verschiedene Maxima der Tonstärke beobachtete, wenn die Röhrenlänge um eine, zwei oder mehr halbe Wellenlängen verkürzt wurde. Mein Apparat (Fig. 1) bestand aus einer weiten Glaskugel *O U*, die unten durch einen Kork mit Messinghahn verschlossen war. Von dem Hahn *H* führte ein langer Kautschukschlauch zu einer tubulirten mit Wasser gefüllten Flasche *F*, ein zweiter engerer Kautschukschlauch verband das Seitenrohr *A* am oberen Ende der Interferenzröhre mit dem Ohr des Beobachters bei *C*. Der Kautschukschlauch endete in einer mit Siegellack bekleidete Glaskugel, die genau in meinen äusseren Gehörgang eingepasst war.

Durch Heben und Senken der Flasche *F* konnte ein Schwimmer *B* an eine bestimmte Stelle der Interferenzröhre gebracht, und die Lage der oberen ebenen Endfläche des Schwimmers an einem Millimetermaassstabe hinter der Röhre abgelesen werden. Der Schwimmer bestand aus einem Kork von 4 cm Länge, der am unteren Ende mit Blei beschwert und mit Paraffin überzogen war. Der Kork hatte nahezu

denselben Durchmesser wie die Glasmöhre. Die Theorie der schwingenden Luftsäulen setzt nach der Kirchhoff'schen Entwicklung eine gleichmäßige Bewegung der Lufttheilchen parallel der Röhrenachse voraus. Bei Röhren von genügend kleinem Durchmesser kann diese Bedingung leicht befriedigt werden dadurch, dass die blossen Zinken oder das offene Ende

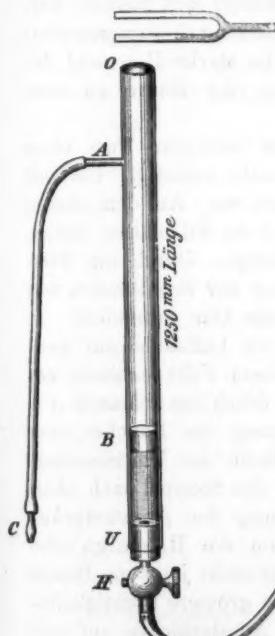


Fig. 1.

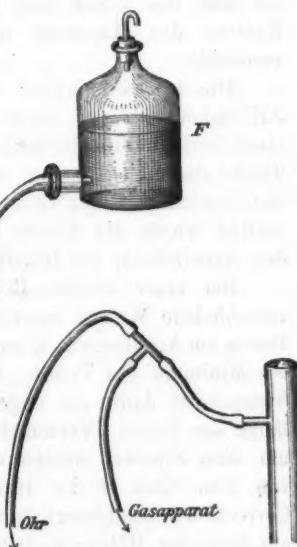


Fig. 2.

des Resonanzkastens der Gabel über das offene Ende der Hauptröhre gehalten werden. Seebeck¹⁾ jedoch überzeugte sich, dass es bei engeren Röhren nicht darauf ankommt, dass der ganze Querschnitt der Luftsäule von den Gabelzinken gleichmäßig gestossen wird, und dieses wird auch durch meine Versuche bestätigt. Wenn ich die blossen Zinken oder den

1) Seebeck, Pogg. Ann. 139. p. 119. 1870.

Resonanzkasten gegen die Oeffnung der Hauptröhre setzte oder das Ende der Gabel an eine beliebige Stelle der Hauptröhre hielt oder die Gabel, an dem Resonanzkasten befestigt, in grösserer Entfernung irgendwo im Zimmer aufstellte, so konnte ich an den Einstellungen keine Aenderung bemerken. Diese wurden am leichtesten und am schärfsten gemacht, wenn die blosen Zinken gebraucht wurden. Einige von meinen Versuchen am Anfange wurden mit dem Resonanzkasten gemacht; ich liess ihn jedoch bald weg, weil die starke Resonanz des Kastens das Maximum der Resonanz der Röhre zu sehr verdeckte.

Die Interferenzröhre war an dem verticalen Fuss eines Arbeitsbockes¹⁾ vor einer Millimeterscala befestigt, die mit einer Normalmillimetertheilung verglichen war. Auf dem oberen Tische des Arbeitsbockes war, durch dicke Filzplatten isolirt, das Gestell mit der Stimmgabel befestigt. Durch die Filzplatten wurde die directe Uebertragung der Schallwellen auf den Arbeitsbock, die Glasmöhren und das Ohr verhindert.

Bei einer solchen Röhre kann die Luftsäule auf zwei verschiedene Weisen resoniren. In einem Falle entsteht ein Bauch am Ansatzstück *A*, und man hört durch den Schlauch *A C* ein Minimum des Tones. Die Entfernung des Bauches vom Stempel ist dann ein ungerades Vielfache der Viertelwellenlänge des Tones. Verschiebt man nun den Stempel nach oben um eine Strecke, welche der Entfernung des Ansatzstückes von dem Ende *O* der Hauptröhre, um die Rayleigh'sche Correction²⁾ vergrössert, gleich ist, so entsteht jetzt ein Bauch am Ende der Röhre: es tritt dabei eine grössere Dichtigkeitsänderung der Luft an der Stelle des Ansatzstückes auf und man hört durch den Schlauch ein Maximum des Tones. Die Entfernung des Stempels jetzt vom Ende der Röhre, um die Rayleigh'sche Correction vergrössert, ist ein ungerades Vielfache der Viertelwellenlänge.

Die Differenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maximis oder Minimis ist eine halbe Wellenlänge. Nach sorgfältiger

1) Vgl. Quincke, Zeitschr. f. Phys. u. Chem. Unterricht. 5. p. 114. 1892.

2) $+ 0,82 \times$ Radius der Röhre, vide Lord Rayleigh's 'Sound' 2. § 307 und Appendix A.

Prüfung fand ich, dass die Maxima, wenigstens für meine Person, viel schärfer einzustellen waren wie die Minima.

Aus der beobachteten Halbwellenlänge wurde v_0 , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in trockener Luft von 0° C bei 760 mm Druck, durch die Formel berechnet:

$$v_0 = 2 n \frac{\lambda}{2} \left(1 - \frac{\alpha t}{2} - \frac{3}{16} \frac{S}{B} \right)^1)$$

1) Ableitung der Formeln für Luft und Kohlensäure. Es ist

$$v^2 = \frac{\text{Elastizität}}{\text{Dichtigkeit}} = \frac{B \cdot Q \cdot g \cdot k (1 + \alpha t)}{\sigma},$$

$$\begin{aligned} \text{wo } \sigma &= \sigma_0 \frac{p - S}{p_0} + \frac{w_0 S}{p_0} \\ &= \frac{\sigma_0}{p_0} \left\{ p - S \left(1 - \frac{w_0}{\sigma_0} \right) \right\} \\ &= \frac{\sigma_0 p}{p_0} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{S}{p} \right) \end{aligned}$$

also

$$v^2 = \frac{B_0 Q_0 g \cdot k (1 + \alpha t)}{\sigma_0 \left(1 - \frac{3}{8} \frac{S^{\text{mm}}}{B^{\text{mm}}} \right)}$$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{B_0 Q_0 g \cdot k}{\sigma_0} \left(1 + \frac{\alpha t}{2} + \frac{3}{16} \frac{S}{B} \right)} \\ &= v_0 \left(1 + \frac{\alpha t}{2} + \frac{3}{16} \frac{S}{B} \right) \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} v_0 &= v \left(1 - \frac{\alpha t}{2} - \frac{3}{16} \frac{S}{B} \right) \\ &= 2 n \cdot \frac{\lambda}{2} \left(1 - \frac{\alpha t}{2} - \frac{3}{16} \frac{S}{B} \right). \end{aligned}$$

Für Kohlensäure ist:

$$\sigma_0 = 1,5291 \cdot \sigma_{\text{Luft}}$$

also wie oben

$$\sigma = \frac{\sigma_0 \cdot p}{p_0} \left\{ 1 - \frac{S}{p} \left(1 - \frac{0,622}{1,529} \right) \right\}$$

und

$$v^2 = \frac{B_0 Q_0 g \cdot k (1 + \alpha t)}{\sigma_0 \left\{ 1 - \frac{S^{\text{mm}}}{B^{\text{mm}}} \left(1 - \frac{0,622}{1,529} \right) \right\}}$$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{B_0 \cdot Q_0 \cdot g \cdot k}{\sigma_0} \left\{ 1 + \frac{\alpha t}{2} + \frac{S}{2 B} \left(1 - \frac{0,622}{1,529} \right) \right\}} \\ &= v_0 \left\{ 1 + \frac{\alpha t}{2} + 0,2966 \cdot \frac{S}{B} \right\} \end{aligned}$$

wo n die Schwingungszahl der Gabel,
 λ die ganze Wellenlänge,
 α den Ausdehnungskoeffizienten der Luft,
 t die Temperatur der Luft in Grad Celsius,
 S die Wasserdampfspannung,
 B den Barometerstand bedeutet.

Einen Einfluss der Intensität oder lebendigen Kraft der Luftbewegung auf die Schallgeschwindigkeit, den Regnault gefunden haben wollte, und den Rink¹⁾ mit Recht bestritten hat, habe ich nicht wahrnehmen können. Auch Kundt²⁾ und Kayser³⁾ haben für verschiedene Tonstärken dieselbe Schallgeschwindigkeit gefunden.

Beim Beobachten verfuhr ich folgendermaassen. Ich nahm die Wasserflasche einfach in die Hand und suchte durch Heben und Senken derselben die Stellen der Maxima aus, fuhr an denselben ein paar mal vorbei, bis ich mit ziemlicher Gewissheit die richtige Stelle fand. Mehr als eine Einstellung auf dasselbe Maximum zu derselben Zeit machte ich nie; ich kam lieber vier oder fünf Mal auf dasselbe wieder zurück, um möglichst unabhängige Zahlen zu erhalten.

Ich gebrauchte zwei Thermometer, von denen das eine an dem oberen Ende, das andere an dem unteren Ende der Haupttröhre befestigt war. Ich notirte die Temperaturen oben und unten, am Anfang und am Ende jedes Versuches.

oder

$$\begin{aligned} v_0 &= v \left(1 - \frac{\alpha t}{2} - \frac{3}{10} \frac{S}{B} \right) \\ &= 2 n \frac{\lambda}{2} \left(1 - \frac{\alpha t}{2} - \frac{3}{10} \frac{S}{B} \right). \end{aligned}$$

In den obigen Betrachtungen ist

$B_0 = 0,760$ m, $p - S = \text{Partialdruck}$.

$Q_0 = 18,596$.

σ_0 = der Dichtigkeit des Gases.

w_0 = der Dichtigkeit des Wasserdampfes.

= 0,622 σ_0 Luft.

v = der beobachteten Schallgeschwindigkeit.

v_0 = der auf 0° und 760 mm reducierten Schallgeschwindigkeit.

Vgl. auch Ableitung für Aetherdampf. p. 661.

1) Rink, Pogg. Ann. 149. p. 546. 1873.

2) Kundt, l. c. p. 641.

3) Kayser, l. c. p. 641.

Die Stimmgabeln c_1, e_1, g_1, c_{11} , waren von König in Paris gefertigt und dieselben, welche Ad. Seebeck für seine Versuche benutzt hatte.

Durch Schwebungen und das Gehör konnte man sich überzeugen, dass die Schwingungszahlen genau in dem Verhältniss 4:5:6:8 standen.

Die Gabel c_{11} wurde später von Dr. König in Paris bezogen, mittelst der Scheibler'schen Methode der Schwebungen mit c_{11} verglichen und die Schwingungszahl 1023,25 gefunden, wenn c_{11} 512 Schwingungen mache.

Um einen klaren Ueberblick über die ganze Methode zu geben und die Fehlergrenzen der Einstellungen erkennen zu lassen, führe ich aus meinem Journal einen Versuch ausführlich an. Dieser war einer von einer Reihe früherer Versuche, bei welchen ich zwei gleiche Röhren zusammengesetzt hatte, um die Maxima so weit wie möglich in die Röhre hinunter zu verfolgen. Wie zu erwarten war, wurden die Einstellungen wegen abnehmender Intensität immer schwieriger, je weiter sie von der Tonquelle entfernt waren. Nachdem ich mich durch solche Versuche überzeugt hatte, dass die Wellenlänge constant blieb, bestimmte ich bloss das oberste Maximum und das unterste, das noch scharf abzulesen war, dividierte die Differenz zwischen den zwei Einstellungen durch die Anzahl Halbwellenlängen, die in der durchlaufenen Strecke enthalten war und erhielt so die mittlere Halbwellenlänge.

Gabel c_{11} Schwingungszahl = 512
 Röhre II Durchmesser . . . = 17,1 mm.
 Mittlere Temperatur . . . = 12°,3 C.
 Wasserdampfspannung . . . = 10,5 mm.
 Barometerstand = 754 mm.

Einstellungen auf die Maxima.

Temp.	1. c. mm	2. mm	3. mm	4. mm	5. mm	6. mm	7. mm
12	157	483	811	1136	1464	1792	2122
12,3	157	484	812	1138	1466	1793	2119
12,3	156,5	484	811	1139	1466	1792	2121
12,7	157,5	485	812	1140	1467	1794	2121
Mittel	12,3	157 ¹⁾	484	811,5	1137,7	1466,3	1792,7
							2120,7

1) Die erste Viertelwellenlänge im obigen Versuche, vergrössert um die Rayleigh'sche Correction (157 + 0,82 Radius), gibt eine Geschwin-

Halbwellenlängen	Schallgeschwindigkeit
327 mm	326,3 m
327,5 "	326,9 "
326,2 "	325,6 "
328,6 "	327,8 "
326,4 "	325,8 "
328 "	327,4 "
Mittel	326,6 m

Man ersieht sofort aus den obigen Reihen, dass die Methode auch ohne Uebung schon ziemliche Ansprüche auf Genauigkeit machen kann; nach vielmonatlicher Uebung jedoch wurden die Fehlergrenzen noch kleiner.

Nachfolgende Tabellen bestehen aus lauter Mittelwerthzahlen, von denen jede in der oben beschriebenen Weise gefunden wurde.

§ 4. Atmosphärische Luft.

Gabel e_1 ($n = 256$).

Röhre I			Röhre II			Röhre III		
t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$	t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$	t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$
12	657	328,1	19,2	661,2	325,3	18,5	644,5	320,8
11,2	658	326,6	18,8	658,6	325,2	19,1	644	321
12,3	657	327,8	19,5	653,5	325,4	18,5	640,7	319
16	662	328,2	12,3	652,1	325,3	9,8	644,4	328,2
12,8	655,5	326,8	13	652,7	325,2	9,8	646	324,1
14,1	658,5	326,6	14,6	654	324,6	8,9	635	319,2
14,4	660,2	328	20,4	662,5	325	18	650,2	320,6
17,1	664,5	328,3	14,5	655	325,5	14	645	320,7
17,9	662	326,6	15,8	657	325,6	18,9	640,7	318,7
14,8	659,5	327,1	13,9	655,5	325,8	15,2	644	319,5
12,8	655,9	327	15,8	655	324,6	15,4	644,3	319,5
14,9	659	327	14,4	653,2	324,5	12,7	644,3	321
15,8	659,8	327,1	17	658,9	325,6	17,4	658	322,4
21,4	667,7	326,8	17	658,5	325,3	14,6	641,2	318,5
20	667,5	326,8	22,5	666,5	325,4	14,7	646,5	320,8
21,8	670,5	327,8	22,5	667	325,6	15	646	320,6
	Mittel	327,29		Mittel	325,24		Mittel	320,60

digkeit von 327,4 m. Ich habe sehr häufig mit dieser Correction die Schallgeschwindigkeit aus der ersten Viertelwellenlänge berechnet und nahezu denselben Werth wie mit den andern Einstellungen gefunden. Derselbe wurde aber bei Berechnung der Mittelwerthe der Schallgeschwindigkeit nicht benutzt. l. c. p. 644.

Gabel e_1 ($n = 320$).

Röhre I			Röhre II			Röhre III		
t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$r_0 \text{ m}$	t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$r_0 \text{ m}$	t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$r_0 \text{ m}$
12	523,9	327	20	531,1	325,8	13,5	516	321
11,2	524,7	328	14,1	524,7	325,9	13,1	520	323,8
12,8	527	328,4	13,5	522,8	325,4	12	517,7	323,4
12,3	526	328,1	12,3	522,8	326	9,7	515,7	323,3
13,4	527,6	328,5	13	523,6	326,1	13,4	521,2	324,4
14,5	529	328,6	14,6	524	325,3	14,4	515,8	320,4
16,8	529,6	327,3	18,5	528,1	325,3	9,9	517	323,8
14,3	526,2	327	14,5	525,2	326,3	9,5	515,8	323,6
17,8	532	328	16	525,6	325,4	17,7	519,5	320,4
14,9	526,5	326,5	14	523,3	325,2	14	515	320
15,5	528,6	327,7	15,6	526,2	326,2	15,1	518,3	321,5
21,2	534,3	327	17,2	525,2	324,3	15,8	519	321,4
14,8	527	327,1	22,6	534,2	325,9	17,2	522	322,3
22,5	535,5	326,8	22,5	534	325,9	22,4	528,8	322,8
21,8	535,5	327,8	22,6	531	324,1	14,6	513,8	319
23,9	537,5	327,1	20	531,1	325,8	14,8	515,3	319,9
23,9	537,5	327,1	18,5	528,1	325,3	14,8	519,3	322,3
Mittel 327,5			Mittel 325,54			Mittel 321,19		
Gabel g_1 ($n = 384$).								
12	436,9	327,3	22,5	445	325,9	14,9	433,8	322,9
8,4	435	328,2	12,9	436	326	9,8	429,8	323,4
15,1	440,2	327,6	13,5	435,9	325,6	10	431	324,2
14,4	439,2	327,4	12,1	436,1	326,6	17,6	434	321,2
16,7	441,9	327,7	13	436	325,9	14	432,8	322,8
14,3	440,1	328,2	16	439,7	326,7	16	431,9	320,7
16,7	441,9	327,7	18	440,5	325,8	15	431,5	320,8
17,8	442	327,1	14,4	437,2	325,9	12,9	430,3	321,8
14,8	439,2	327	14,7	438	326,3	12,9	430,5	321,9
21,2	444,9	326,8	14	437,5	326,3	17,5	436,5	323,2
20,2	443,8	326,7	15,6	438,3	326	14,7	430,4	320,6
14,8	440,4	328	14,7	437,2	325,7	14,8	429,7	320
14,8	441,5	328,7	14,4	438,2	326,6	14,9	434	323,1
14,7	441	328,3	17	439,6	325,8	22,7	438	320,6
15,3	440,8	327,9	17,1	438,7	325,1	23,2	440,5	322,1
14,9	441,2	328,4	22,5	445,5	326,3	23,7	439	320,7
Mittel 327,69			Mittel 326,08			Mittel 321,88		
Gabel g_{11} ($n = 512$).								
12	329,2	328,8	24,1	335,9	326,6	13,2	325	323,8
11,2	327,7	327,7	12,3	327,3	326,6	14,1	325,5	323,8
8,2	326,2	328,4	14,9	328,9	326,5	9,2	322,2	323,6
16,7	332,5	328,6	13	326,9	325,8	15,7	327,4	324,5
14,3	330,2	328,3	15,7	329,6	326,5	9,6	322,4	323,6
16,6	332	328,1	14,1	329	327,2	10,4	322,4	323,2
14,5	330,8	328,6	17,8	332	326,3	16,8	328,2	324,3
17,5	333	328,9	14,8	328,6	326,5	14,8	326	323,6
14,7	330	327,8	14	329	327,2	16,4	325,8	322,5
15,6	331,4	328,7	15,5	329,4	326,8	13,6	325,5	324
20,9	335	328,3	16,9	331,2	327,4	22,6	330,5	322,7
20,2	334,1	327,8	17,1	329,7	325,8	23,2	331,9	323,6
Mittel 328,33			Mittel 326,70			Mittel 323,60		

Gabel c_{111} ($n = 1023,25$).

Röhre I.			Röhre II.			Röhre III.		
t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$	t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$	t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v^0 \text{ m}$
18	167	329,2	19,7	167	327,9	20,6	166,2	325,7
17,6	166,5	328,2	17,8	166,3	327,8	18,4	165,7	326,1
17,2	166,2	328,1	17,6	166,3	327,9	18,4	165,3	324,9
18,3	166,7	328,4	20,3	167,2	327,9	18	164,8	324,8
20,6	167,7	328,6	19,4	166,9	327,9	17,5	164,9	325,5
18,9	166,7	327,8	18,5	166,7	328,3	18	165	325,3
19	167,4	329,2	17,1	165,8	327,4	18,9	163,9	325,8
18,3	166,5	327,9	15	165,5	328,3	14,1	163,7	325,3
15,1	166	329,3	14,9	165,4	328,4	15	164,5	326,3
15	165,4	328,1	17,6	166,5	328,3	20,5	164,8	323,2
14,6	165,8	329,2	20,6	167	327,8	21,3	165,6	324,1
21,2	168	328,8	21,3	167,5	327,7	21,7	166,5	325,5
20,2	167,9	329,4	21,7	167,4	327,2	21,9	166,7	325,8
21,5	168	328,6	22,4	167,5	327	22,7	167,2	325,8
22,3	168,7	329,4	22,7	168,3	328,3	23,5	167	325,3
22,3	168,3	328,6	23,5	168	327,2	23,7	167,1	325,3
Mittel 328,68			Mittel 327,80			Mittel 325,29		

Uebersicht der Gesammtresultate der Schallgeschwindigkeit in Luft.

Röhre	c_1 $n = 256$	c_1 $n = 320$	g_1 $n = 384$	c_{111} $n = 512$	c_{111} $n = 1023,25$
I($2r = 28 \text{ mm}$)	327,29 m	327,50 m	327,69 m	328,83 m	328,68 m
II($2r = 17,1 \text{ "}$)	325,24	325,54	326,03	326,70	327,80
III($2r = 9,35 \text{ "}$)	320,60	321,19	321,88	323,60	325,29

§ 5. Discussion der Kirchhoff'schen Formel.

Vergleichen wir diese Resultate mit der Kirchhoff'schen Formel¹⁾

$$v = a \left(1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}} \right),$$

wo

- v die Schallgeschwindigkeit in Röhren,
- a die Schallgeschwindigkeit im freien Raum,
- r den Radius der Röhre,
- n die Schwingungszahl der Gabel und
- γ eine Constante für Reibung und Wärmeleitung bezeichnet.

1) Pogg. Ann. 134. p. 177. 1868 oder Kirchhoff, Ges. Abh. p. 543.

Für dieselbe Röhre muss dann das Product aus Verzögerung der Schallgeschwindigkeit und Quadratwurzel aus der Schwingungszahl, $(a - v)\sqrt{n}$, constant sein, und ferner für denselben Ton muss $(a - v)2r$ constant sein.

Nehmen wir an, dass $(a - v)2r$ für denselben Ton constant bleibt.

Aus zwei Versuchen mit demselben Ton und zwei Röhren von verschiedenem Radius erhält man

$$a = \frac{r_1 r_1 - r_2 r_2}{r_1 - r_2},$$

wo v_1 und r_1 bzw. die Schallgeschwindigkeit und den Radius der weiteren Röhre, v_2 und r_2 dieselben Grössen bei der engeren Röhre bezeichnen.

Durch Combiniren von je zwei Versuchen sollte man stets die wahre Schallgeschwindigkeit in freier Luft erhalten. Die auf diese Weise gefundenen Werthe sind in folgender Tabelle gegeben:

Gabel	Röhren I und II	Röhren I und III	Röhren II und III	Mittel
e_1	330,3	330,6	331,1	330,67
e_1	330,3	330,6	330,9	330,60
g_1	330,1	330,5	330,9	330,50
e_{11}	330,7	330,7	330,6	330,67
e_{111}	330,3	330,5	330,6	330,47

Mittel 330,582 m.

Berechnet man mit diesem Mittelwerth von a die Ausdrücke $(a - v)2r$ und $(a - v)\sqrt{n}$, so erhält man folgende Resultate (Tabellen I und II).

Nach der Kirchhoff'schen Theorie sollten die Verticalreihen der ersten und die Horizontalreihen der zweiten Tabelle constant sein.

Tabelle I.

Werthe des Productes $(a - v)2r$ für verschiedene hohe Töne und verschiedene weite Glasröhren ($a = 330,58$).

Innerer Durchmesser der Röhre	e_1 $n = 256$	e_1 $n = 320$	g_1 $n = 384$	e_{11} $n = 512$	e_{111} $n = 1023,25$
28 mm	0,09843	0,08626	0,08093	0,06301	0,05921
17,1	9825	8618	7780	6634	4753
9,35	9867	8778	8132	6527	4945

Tabelle II.

Werthe des Products $(\alpha - v)\sqrt{n}$ für verschiedene hohe Töne
und verschiedene weite Glaskröpfe ($\alpha = 330,58$).

Innerer Durchmesser der Röhre	c_1 $n = 256$	e_1 $n = 320$	g_1 $n = 384$	c_{11} $n = 512$	c_{111} $n = 1023,25$
28 mm	52,64	55,09	56,62	50,91	60,77
17,1	85,43	90,14	89,15	87,78	88,90
9,35	159,7	168,0	170,4	158,0	169,2

Berücksichtigt man, dass eine kleine Ungenauigkeit in den Werthen von v von grossem Einfluss auf die obigen Zahlen sein würde, so sind die kleinen Abweichungen derselben von einem constanten Werthe nicht von Bedeutung. Die im allgemeinen vortreffliche Uebereinstimmung der Theorie mit dem Versuch, wenn man $\alpha = 330,58$ m (ungefähr) setzt, spricht für die Richtigkeit dieser Zahl als wahrer Werth der Schallgeschwindigkeit.

Berechnet man für die verschiedenen Röhren mit diesem Werth der Schallgeschwindigkeit die Constante γ , so findet man folgende Resultate:

Werthe von γ für die verschiedenen Töne und Röhren.

Röhre	c_1	e_1	g_1	c_{11}	c_{111}
I	0,007902	0,008265	0,008500	0,007642	0,009122
II	7880	8262	8264	8046	8149
III	8002	8418	8543	7916	8480
Mittelwerth = 0,007989.					

Der Mittelwerth 0,007989 stimmt nahezu mit 0,00742 oder demjenigen überein, der sich mit der Kirchhoff'schen Formel¹⁾ aus der Reibungsconstanten der Luft von O. E. Meyer²⁾ und der Maxwell'schen Theorie der Wärmeleitung berechnen lässt.

$$1) \quad \gamma = \sqrt{\mu} + \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \sqrt{n},$$

wo a = dem wahren Werthe der Schallgeschwindigkeit in Luft,
 b = dem Newton'schen Werth derselben,
 μ = einer Constante für Wärmeleitung,
 v = einer Constante für Reibung,
vgl. Kirchhoff, Ges. Abh. p. 543.

2) Meyer, Pogg. Ann. 32. p. 642.

Eine kleine Correction wird nachher an den oben angegebenen Werthen a und k wegen eines nachher erwähnten Gabelfehlers angebracht, vgl. p. 663—664.

Aus der Schallgeschwindigkeit lässt sich k das Verhältniss der specifischen Wärmen berechnen nach der Formel

$$a = \sqrt{\frac{B \cdot Q \cdot g \cdot k}{A_0}},$$

wo

$$B = 0,760 \text{ m},$$

$$Q = 13,596,$$

$$g = 9,810 \text{ m},$$

$$A_0 = \frac{1}{773}.$$

Danach würde sich ergeben

$$k = 1,3947,$$

während alle früher abgeleiteten Werthe zwischen 1,419 und 1,3845 schwanken.

Die gefundenen Resultate für Luft lassen sich folgendermaassen zusammenfassen:

1. Die Schallgeschwindigkeit in engeren Glasröhren ist kleiner als in freier Luft, wächst aber mit dem Durchmesser und mit der Tonhöhe.

2. Die Verzögerung, die die Schallgeschwindigkeit in engeren Glasröhren erleidet, ist umgekehrt proportional dem Durchmesser und der Quadratwurzel aus der Schwingungszahl. Es gilt also die Formel

$$a - v = \frac{\gamma}{2 r \sqrt{\pi n}},$$

wenn a , die wahre Schallgeschwindigkeit, gleich 330,582 m, und γ , die Constante für Reibung und Wärmeleitung, gleich 0,007989 gesetzt wird.

3. Das Verhältniss der specifischen Wärmen für Luft ergiebt sich

$$k = 1,3947.$$

§ 6. Kohlensäure.

Die Form der Anwendung meiner Methode auf Gase hängt von der Dichte des Gases ab. Ich will zunächst die Form des Apparates für Gase beschreiben, die schwerer als Luft sind.

Hier blieb alles dasselbe wie bei Luft, mit Ausnahme einer kleinen Änderung oben am Zweigröhrchen. Da die

Hauptröhre am oberen Ende offen bleiben musste, lag die Hauptschwierigkeit darin, das Gas rein zu halten. Die Luft konnte entweder durch Diffundiren hineindringen oder beim Senken der Wassersäale beim Untersuchen der Stellen der Maxima hereingezogen werden.

Diese Schwierigkeit wurde durch folgende Einrichtung überwunden. Ueber die drei Schenkel eines T-Stückes (Fig. 2) wurden Gummischläuche geschoben, von denen der eine nach dem Zweigrohr, der zweite nach dem Gasapparat und der dritte nach dem Ohr führte. Das T-Stück war so hoch gestellt und so nach der einen Seite hingeneigt, dass das Gas auf natürliche Weise in die Hauptröhre floss.

Das Gas wurde aus Austernschalen und Salzsäure in einem Kipp'schen Apparat entwickelt und durch ein System von Wasserflaschen und Perlröhren mit Natriumcarbonatlösung geleitet. Die Methode der Füllung war folgende: Das Wasser in der Hauptröhre wurde zuerst bis zum Ansatzstück gehoben und der Hahn unten geschlossen. Nachdem ich das Gas kurze Zeit durch den Ohrschlauch geleitet hatte, klemmte ich denselben zu. Dann konnte das Gas nur durch das Zweigrohrchen entweichen, und auf diese Weise wurde die Luft bald aus dem oberen Theile der Hauptröhre weggespült. Dann wurde das Ende der Röhre luftdicht verstopft und der Hahn unten geöffnet. Der Druck der Gasentwickelung trieb nun das Wasser aus der Röhre in die Wasserflasche zurück, aber immer gegen einen kleinen Gegendruck, da ich dafür sorgte, dass das Niveau des Wassers in der Flasche höher stand als das Niveau des Schwimmers in der Röhre. Auf diese Weise konnte unmöglich Luft hineindringen, wenn der Apparat auch nicht luftdicht gewesen wäre. Es war jedoch alles immer luftdicht gemacht. Nach der Füllung wurde der Ppropfen bei *O* entfernt, die Gabel zum Tönen gebracht und die Einstellungen wie bei der Luft gemacht. Der Entwickelungsapparat blieb während des Beobachtens in Gang, sodass ein stetiger langsamer Strom reiner Kohlensäure durch den oberen Röhrentheil *AO* hindurch und am Rande der Hauptröhre überfloss.

Da bei schweren Gasen die bewegte Masse grösser ist als bei Luft, waren bei Kohlensäure die Einstellungen bedeutend schärfer wie bei Luft. Dies ist sehr leicht zu sehen, wenn man

die gefundenen Werthe der Schallgeschwindigkeit für Röhre III und Gabel c_1 in Luft und in Kohlensäure mit einander vergleicht. Bei Luft sind die Abweichungen vom Mittelwerthe bedeutend grösser wie bei Kohlensäure.

Die beobachtete Halbwellenlänge wurde gerade wie bei Luft auf 0° C. und 760 mm Druck in trockenem Gase reducirt, nur dass in der Formel eine kleine Correction wegen der grösseren Dichtigkeit anzubringen war. (Vgl. Ableitung p. 645.)

§ 7. Resultate für Kohlensäure. Gabel c_1 ($n = 256$).

Röhre I.			Röhre II.			Röhre III.		
t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$	t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$	t^0	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$
13,7	514,3	255,5	20,3	525	257,2	11,5	507,6	253,1
13,7	514,4	255,6	18,9	517,1	254	14,2	508,7	252,3
13,4	514,4	255,4	16,3	514,2	254	14,4	511,4	253,6
14,4	514,3	255,2	11,8	511,8	256,5	17,1	513,2	253,1
14	513,1	254,7	18,3	518,3	255	17,1	513,2	253,1
15,8	516,3	255,8	17,2	515,7	254,2	16,9	514,1	253,6
19,8	519,9	255,2	17,2	517,4	255	18,7	515,2	253,1
18,6	519,8	255,4	16,8	514,6	253,8	20,4	516,5	252,7
18,5	519,8	255,6	15,9	518,6	256,4	15,4	510,5	252,7
22,6	524,6	255,3	17,2	515,6	254,2	15,1	511,3	253,2
22,5	526	256,3	16,5	512,4	258	14,8	508	251,9
14,9	514,3	255	18,9	515,4	253	14,4	508,8	252,4
14,8	514,6	255	15,4	512,1	253,4	22,6	518	252,2
22,4	525	255,7	15,5	512,5	258,6	23,7	517	251,1
22,1	524,3	255,5	17,7	515,6	258,8	23,4	516	250,7
23,9	526,5	255,6	17,1	517,7	255,4	20,4	516,5	252,7
Mittel 255,38			Mittel 254,53			Mittel 252,58		

Gabel c_1 ($n = 320$).

13,9	413,4	256,5	16,9	413,3	255	10,6	404,2	252,8
14,2	412,6	255,8	18,2	415,6	255,5	11,2	405	252,9
15,3	412,8	255,5	17,4	415,8	256,1	17	408,8	252,5
15,3	412,8	255,5	16,8	414,3	255,5	14,1	408,9	253,6
15,4	413,2	255,6	16	412,8	255	14,1	408	253,1
14,1	411,2	255,1	17,1	413,6	254,8	16,7	409,4	252,5
15,8	414	256	16,5	414,1	255,6	18,4	412,3	253,3
19,2	416,4	255,5	19	414,4	254,3	20,5	414	253,1
20,1	418,6	256,3	15,5	411,1	254,3	17,2	411,8	253,7
21,3	419,5	256,2	15,5	412	254,9	15,7	409,5	253,1
14,9	412,8	255,7	17,8	413,4	254,5	15,3	409	253,2
14,8	411,7	255,1	17,2	413,8	255,1	14,3	407,2	252,3
22,3	419,2	255,3	22,6	419	255	18,4	412,9	253,3
22,4	420	255,8	23,5	419,5	254,7	16,7	410,4	253,2
20,1	418	256	23,5	418,5	254,1	14,7	408	252,8
Mittel 255,73			Mittel 254,96			Mittel 253,03		

Gabel g_1 ($n = 384$).

Röhre I.			Röhre II.			Röhre III.		
t^o	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$	t^o	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$	t^o	$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	$v_0 \text{ m}$
15,9	345,8	255,8	19,5	347,4	255,6	18,2	344	253,8
15,1	344,4	255,8	16	343,9	255	17,5	342	252,7
14,2	344,2	256,3	12,9	342,9	255,8	14,5	341	253,7
20,1	348,8	256,5	16,8	345	255,3	14,6	341,5	254
19,7	348,4	256,4	17,4	344,5	254,6	16,8	341,9	253
21,7	351	255,8	17,5	344,8	254,8	18,6	343,6	253,3
16,5	345,2	255,8	16,3	344,5	255,3	20,5	344,5	253,8
16,2	344,7	255,6	19	347,3	255,8	16	341,9	253,4
14,8	344,8	256,1	15,5	344,2	255,6	15,4	340,5	252,8
22,5	350	255,8	17,7	344,9	254,8	14,9	341,6	253,9
22,3	349	255,1	17,2	345	255,2	14,6	340,6	253,3
23,8	350,5	255,2	12,9	342,3	255,2	15,5	341	253,1
23,5	350,8	255,7	16,4	344,8	255,5	14,7	341,3	253,8
15,9	346,8	256,2	15,5	343,3	254,9	22,6	348	254,1
Mittel 255,86			Mittel 255,24			Mittel 253,41		

Gabel e_{11} ($n = 512$).

13,6	258,6	256,1	15,8	257	255,1	18	257,8	253,7
14,9	257,6	255,5	12	256,6	255,4	14,4	255,7	253,7
14,4	258,8	255,9	17,1	259	255,5	15,3	256	253,5
20	262,6	256,5	16,9	258,5	255,1	14	255,5	253,7
21,8	262,1	255,8	17,5	259	255,2	16,8	257	253,6
16,6	258,8	255,7	16,6	259,6	255,7	20,3	260	254,6
13,6	258,9	256,3	16,2	258,8	255,8	15,8	256,4	253,6
20	262,4	256,3	19	261,3	255,6	15,5	256	253,4
16,3	258,5	255,5	15,5	257,7	255,1	14	256,2	254,5
23,9	265,4	256,5	17,6	259,2	255,4	22,6	260,3	253,4
23,4	264,8	256,3	17	258,5	255,1	23,6	260,7	253,3
23,5	265	256,4	12	257	255,6	23,7	261	253,4
21,8	262,1	255,8	15,5	257,7	255,1	16,8	257	253,6
Mittel 256,05			Mittel 255,86			Mittel 253,69		

Gabel e_{111} ($n = 1023,25$).

20,7	131	256,1	18	130,2	256,2	18,3	129,5	254,7
17,5	130,2	256,5	17,8	129,7	255,3	18,5	129,9	255,4
19	130,7	256	18	130,2	256,4	18,5	129,6	254,7
14,8	130,1	257,7	19,8	130,6	256	18,8	129,9	255,2
15,1	129,3	256,1	20,3	130,7	255,9	20,8	130,4	255,3
14,9	129,5	256,5	17,9	129,7	255,4	14,7	128,2	254
21,8	131	256,7	18	129,9	255,7	14,6	128	253,7
20,5	131	256,1	15,1	129,2	256,1	20,5	129,6	253,5
21,3	131,1	256	17,8	129,8	255,6	21,3	129,8	253,4
22,4	131,7	256,5	20,5	130,7	255,5	21,5	130,7	255,1
22,2	131,7	256,5	21,3	130,9	255,5	21,7	130,4	254,3
21,5	131,1	255,8	21,8	131,1	255,7	21,9	130,6	254,6
Mittel 256,87			Mittel 255,78			Mittel 254,49		

Uebersicht der Gesammtresultate der Schallgeschwindigkeit in Kohlensäure.

Innerer Durchmesser der Röhre	c_1 $n = 256$	c_1 $n = 320$	g_1 $n = 384$	c_{11} $n = 512$	c_{111} $n = 1023,25$
28 mm	255,38 m	255,73 m	255,86 m	256,05 m	256,37 m
17,1	254,58	254,96	255,24	255,36	255,78
9,5	252,58	253,08	253,41	253,69	254,49

Berechnet man hieraus die Schallgeschwindigkeit in Kohlensäure in derselben Weise, wie bei atmosphärischer Luft § 5, so findet man

Röhren	c_1	c_1	g_1	c_{11}	c_{111}	Mittel
I und II	256,7 m	256,8 m	256,8 m	257 m	257 m	256,86 m
I " III	256,7	257,1	257,2	257,2	257,2	257,08
II " III	256,7	257,2	257,5	257,2	257,2	257,16
Mittel	256,7	257,03	257,17	257,13	257,13	—

Mittelwerth: 257,03.¹⁾

Um die Werthe, die ich für Luft und Kohlensäure gefunden habe, mit denjenigen von anderen Beobachtern leicht vergleichen zu können, führe ich nachfolgende Tabelle an, in welcher die Werthe für Kohlensäure auf Luft gleich 1 bezogen sind.

	Dulong ²⁾	Regnault ³⁾	Wüllner ⁴⁾	Kundt ⁵⁾	Low
Air	1	1	1	1	1
Coke-acid	0,7856	0,8009	0,7812	0,7785	0,77750

Zur Prüfung der Kirchhoff'schen Formel rechne ich die Werthe der Producte $(a - v) 2 r$ und $(a - v) \sqrt{n}$ aus, indem ich $a = 257,03$ m setze. In der ersten Tabelle sollten wie vorher die verticalen Reihen constant sein, in der zweiten die horizontalen.

1) Wegen Correction vgl. § 10. p. 663.

2) Dulong, Ann. de chim. et de phys. Tom. 10. p. 41.

3) Regnault, l. c. p. 641.

4) Wüllner, Lehrbuch der Physik 4. Aufl. 1. p. 804.

5) Kundt, l. c. p. 641.

Werthe des Productes $(\alpha - v) 2 r$ für Kohlensäure für die verschiedenen Töne und Röhren.

Innerer Durchmesser der Röhre	c_1	e_1	g_1	c_{11}	c_{111}
28 mm	0,04620	0,03640	0,03273	0,02745	0,01848
17,1	4275	3540	3061	2856	2137
9,35	4161	3741	3385	3123	2374

Werthe des Productes $(\alpha - v) \sqrt{n}$ für Kohlensäure für die verschiedenen Töne und Röhren.

Innerer Durchmesser der Röhre	c_1	e_1	g_1	c_{11}	c_{111}
28 mm	26,40	23,26	22,93	22,17	21,11
17,1	39,99	37,03	35,99	37,70	39,98
9,35	71,24	71,47	70,94	75,56	81,25

Hier sind wieder die Abweichungen von einem constanten Werthe ganz unbedeutend und beruhen augenscheinlich auf kleinen Beobachtungsfehlern.

Ich berechne weiter den Werth von γ , die Constante für Reibung und Wärmeleitung, und erhalte folgende Tabelle

Röhre	c_1	e_1	g_1	c_{11}	c_{111}
I	0,005099	0,004490	0,004424	0,004284	0,004078
II	4718	4367	4137	4457	4706
III	4592	4615	4575	4873	5240
Mittelwerth 0,004577.					

Als Verhältniss der specifischen Wärmen ergibt sich

$$k = 1,2883^1)$$

während Röntgen²⁾ 1,3052 und Müller³⁾ 1,2653 angiebt.

Als Ergebniss der vorliegenden Untersuchung lässt sich folgendes zusammenfassen:

1. Die Kirchoff'sche Formel für die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Röhren gilt sowohl für Kohlensäure als auch für Luft, wenn die Geschwindigkeit im freien Gase gleich 257,03 m und die Constante für Reibung und Wärmeleitung gleich 0,004577 gesetzt wird.

1) Corrigirt auf p. 664.

2) Röntgen, Pogg. Ann. 148. p. 612. 1874.

3) Müller. Wied. Ann. 18. p. 116. 1888.

2. Das Verhältniss der specifischen Wärmen bei Kohlensäure ist 1,2883.

§ 9. Wasserstoff.

Die Umformung des Apparates für Gase von geringerer Dichtigkeit als Luft machte viel Mühe. Bei der endgültigen Form kehrte ich den ganzen Apparat einfach um: ich machte sogar einen Heber daraus; das offene Ende der Röhre war unten und der Hahn oben. Am Anfang war das Wasser geneigt zu stark auszutropfeln; diese Unbequemlichkeit wurde jedoch durch einen genau passenden Schwimmer beinahe ganz beseitigt. Die paar Tropfen, die noch kamen, leitete ich durch einen Schwanz aus Lampendocht seitwärts ab, so dass die Gabelzinken unter der Rohrenöffnung trocken blieben.

Bei der Füllung waren die Einzelheiten ganz dieselben wie bei Kohlensäure. Wegen der ausserordentlichen Dünne dieses Gases sind die Wellenlängen sehr gross und daher mussten viel längere Röhren benutzt werden als bei Luft und Kohlensäure.

Ich fand bald, dass wegen der Kleinheit der bewegten Masse, die Energie der Schwingungen des Gases zu gering war, um das Trommelfell ordentlich in Schwingungen zu versetzen und dass deshalb genaue Einstellungen nicht zu erreichen waren.

Ich bekam allerdings einige Zahlen, die ich unten angebe; dieselben weichen aber bedeutend ab von den von anderen Beobachtern angegebenen Werthen.

Folgende sind meine Zahlen mit c_{11} bei einer Temperatur von 15°C .

Wasserstoff.

$\frac{\lambda}{2}$ mm	v_0 m
1185	1260,4
1120	1172,
1175	1250,6
1160	1234,2
1150	1228,8
1145	1217,9
1220	1297,5
Mittel 1236,5	

während Regnault¹⁾ 1200,77 und 1166,67 angiebt.

1) Regnault, Mém. de l'Inst. 37. p. 135. 1868.

Nach ein paar Versuchen, die ich später mit Leuchtgas machte, scheint die Form des Apparates, die bei Kohlensäure angewandt wurde, auch für die leichteren Gase eine passende zu sein.

§ 9. Gasgemenge.

Nach folgenden Versuchen scheint die Methode sich mit gutem Erfolge auf Gemenge von Luft und Dämpfen anwenden zu lassen.

Die Form des Apparates war dieselbe wie bei Luft, nur dass diesmal die Flasche mit Aethyläther gefüllt war statt mit Wasser.

Zuerst liess ich die Flüssigkeit in der Röhre bis zum Ansatzstück steigen; dann langsam sinken und alles so eine Zeitlang stehen.

Die Zeit wechselte von ein paar Secunden bis zwei Stunden. Die Temperatur für alle Versuche war constant (17° C.).

Mit Röhre II und Gabel c_{111} machte ich sechs Versuche, die ich unten angebe. In jeder Versuchsreihe kommen zuerst eine oder zwei Halbwellenlängen, wo nur sehr wenig Dampf vorhanden war. Dann mit wachsender Sättigung nehmen die Halbwellenlängen allmählich ab, bis dieselben schliesslich constant werden.

Versuche mit Aethylätherdampf.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
----	----	----	----	----	----

Atherniveau unten.

$\frac{\lambda \text{ mm}}{2}$	160	153	—	156	153	159
2	144	154	145	151	153	156
	130	143	130	132	132	132
	109	110	108	112	110	114
	108	110	114	112	112	112
	112	110	110	113	113	110
	109	109	109	110	110	110

Atherniveau oben.

Als Mittel aus den sechs letzten Halbwellenlängen in der unmittelbaren Nähe der Flüssigkeit selbst ergiebt sich 109,5 mm. Die Schallgeschwindigkeit in Luft v lässt sich aus der Formel berechnen

$$v^2 = \frac{B \cdot Q \cdot g}{\frac{\sigma}{k}},$$

wo B den Barometerstand, Q das specifische Gewicht von Quecksilber, g die beschleunigende Kraft der Erde, σ die Dichtigkeit der Luft auf Wasser bezogen, und k das Verhältniss der specificischen Wärm'en bedeutet.

Analog bei Anwesenheit von Dampf ist

$$\begin{aligned} v^2 &= \frac{B \cdot Q \cdot g}{\frac{\sigma}{k} + \frac{\sigma_1}{k_1}} \\ &= \frac{B \cdot Q \cdot g (1 + \alpha t)}{\frac{\sigma_0}{k} \cdot \frac{p - S}{p_0} + \frac{\sigma_1}{k_1} \cdot \frac{u S}{p_0}}, \end{aligned}$$

wo u das specifische Gewicht des Dampfes verglichen mit dem der atmosphärischen Luft, und α den thermischen Ausdehnungs-coëfficienten der Gase bedeutet.

Oder

$$\begin{aligned} v^2 &= \frac{p_0 k (1 + \alpha t)}{\sigma_0 \left(1 - \frac{S}{p} + \frac{k}{k_1} u \cdot \frac{S}{p} \right)} \\ &= \frac{p_0 k (1 + \alpha t)}{\sigma_0} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{k}{k_1} u - 1 \right) \frac{S}{p}} \\ &= \frac{B_0 Q_0 g k}{\sigma_0} \cdot \frac{1 + \alpha t}{1 + \left(\frac{k}{k_1} u - 1 \right) \frac{S^{\text{max}}}{B^{\text{max}}}} \end{aligned}$$

oder

$$v = v_0 \sqrt{\frac{1 + \alpha t}{1 + \left(\frac{k}{k_1} u - 1 \right) \frac{S}{B}}}.$$

Zur Erläuterung obiger Ableitung füge ich folgende Erklärung hinzu:

	Luft	Aetherdampf
Dichtigkeit	$\sigma = \frac{1}{773}$	$\sigma_1 = u \sigma = 2,60 \sigma$
Specifische Wärme bei const. Druck	k	k_1
Specifische Wärme bei const. Vol.	$p - S$	S
Partialdruck		
Druck $p = B \cdot Q \cdot g$		
$p_0 = B_0 \cdot Q_0 g$		
$= 0,760 \times 13,596 \times 9,810 \text{ m.}$		

Fasst man k_1 als Unbekannte auf, so erhält man durch Umformung

$$k_1 = \frac{k u}{\left\{ \frac{v_0^2}{v^2} (1 + \alpha t) - 1 \right\} \frac{B}{S} + 1}.$$

Setzt man nun

$$\begin{array}{ll} k = 1,3968 & \alpha = 0,003665 \\ u = 2,600 & t = 17^\circ \text{ C.} \\ r_0 = 330,88 \text{ m} & B = 0,750 \text{ m} \\ \dot{v} = 2 \times 1023,25 \times 0,1095 \text{ m} & S = 0,38528 \text{ m} \end{array}$$

so ergibt sich als Verhältniss der specifischen Wärmen bei Aethyläther

$$k_1 = 1,0202.$$

Jaeger¹⁾ fand 1,097 (bei 20°) und Müller²⁾ 1,0288 (zwischen 45,4° und 22,5°).

Eine ähnliche Erscheinung wie bei einem Gemenge von Luft und Dampf fand ich auch bei einem Gemenge von Luft und Kohlensäure.

Auf die schon beschriebene Weise füllte ich die Röhre halb mit Kohlensäure, stellte dann den Entwickelungsapparat ab und liess die Wassersäule sinken.

Der untere Theil war also mit Kohlensäure gefüllt, der obere mit Luft.

Mit Gabel c_{111} und Röhre II fand ich folgende Zahlen:

Wasserniveau unten.

165	165	Luft.
165	165	
150	140	
135	135	
130	130	Kohlensäure.
130	130	

Wasserniveau oben.

In beiden Versuchsreihen stimmen die zwei ersten Halbwellenlängen mit den für reine Luft, die zwei letzten mit den für reine Kohlensäure in §§ 4 u. 7 gefundenen überein.

§ 10.

Nach Beendigung meiner Versuche wurde es zweifelhaft, ob c_1 ganz genau 256 Schwingungen in der Secunde machte, und habe ich daher die Schwingungszahl dieser Gabel mit einer electrischen Registrirmethode bestimmt.

Auf die Stimmgabelzinke wurde ein dünnes zugespitztes Stückchen Platinblech geklebt, und auf einer mit berusstem

1) Jaeger, Wied. Ann. 36. p. 209. 1889.

2) Müller, I. c. p. 658.

Papier beklebten Metallwalze wurden die Stimmgabelschwingungen aufgezeichnet. Gleichzeitig erregte ich einen schwachen Inductionsstrom mit dem Quecksilbercontact des Secundenpendels einer Uhr von bekanntem täglichen Fehler und leitete den Inductionsstrom von der Platinspitze zu dem geschwärzten Papier. Die Anzahl Wellen zwischen zwei um zwei Secunden von einander entfernten Funkenmarken gab dann die doppelte Anzahl Schwingungen der Stimmgabel.

Die Schwingungszahl der mit der Platinspitze belasteten Stimmgabel wurde dann nach der Scheibler'schen Methode mit einer unbelasteten Stimmgabel c_1 verglichen.

Die Beobachtungen ergaben folgende Resultate.

Erster Versuch.

Perioden	Schwingungen
1—3	512
3—5	511
5—7	512
7—9	513

Zweiter Versuch.

1—3	512
3—5	511,7
5—7	513
<u>Mittel 256,06</u>	

Die belastete Gabel c_1 mit der unbelasteten Gabel c_1 verglichen, gab 10 Schwebungen in der Minute. Die genaue Schwingungszahl der bei meinen Versuchen gebrauchten Gabel c_1 war also

$$(256,06 + 0,17) = 256,23.$$

Hiernach hätte die tiefste Gabel c_1 nicht 256, sondern 256,23 Schwingungen in der Secunde gemacht, und an den von mir berechneten Werthen der Schallgeschwindigkeit a wäre noch eine Correction anzubringen, indem dieselben um $a \cdot 0,23/256$ zu vergrössern wären.

Schallgeschwindigkeit.

	uncorrigirt	corrigirt	Regnault ¹⁾
Luft	330,582 m	330,88 m	330,7 m
Kohlensäure	257,03 "	257,26 "	259,57 "
Wasserstoff	1236,5 "	1237,6 "	1200,77 u. 1166,67 m
Aetherdampf	175,77 "	175,93 "	178,8 m ²⁾

1) Regnault, Mem. de l'Inst. 37. p. 133; Compt. rend. Tom. 66. p. 219. 1868.

2) Jaeger, Wied. Ann. 36. p. 209. 1880.

Berechnet man mit den so corrigirten Werthen der Schallgeschwindigkeit das Verhältniss k der specifischen Wärm'en, so findet man

Verhältniss der specifischen Wärm'en.

	Low	Röntgen ¹⁾	P. A. Müller ²⁾
Luft	1,3968	1,4053	1,4062
Kohlensäure	1,2914	1,3052	1,2658
Wasserstoff	1,3604	1,3852	—
Aetherdampf	1,0244	—	1,0288 (bei 22°) 1,094 ³⁾

Die Versuche mit Wasserstoff können nur als angenähert richtig betrachtet werden.

Meine Versuche über die Schallgeschwindigkeit in Luft und Kohlensäure in Glasmänteln von verschiedenem Durchmesser sind mit der von Kirchhoff unter Berücksichtigung der Reibung und Wärmeleitung der Gase gegebenen Formel in voller Uebereinstimmung.

Die Schallgeschwindigkeit im freien Raume für Luft und Kohlensäure ist nach meinen Versuchen für Töne verschiedener Höhe und Intensität dieselbe.

Es ist meine angenehme Pflicht meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Geh. Rath Professor Quincke für die wohlwollende Unterstützung und reiche Belehrung, die ich unter seiner Leitung erhalten habe, meinen herzlichsten Dank abzustatten. —

Heidelberg, Physikalisches Institut, Jan. 1894.

1) Röntgen, Pogg. Ann. 148. p. 606. 1873.

2) P. A. Müller, Wied. Ann. 18. p. 116. 1880.

3) Jaeger, l. c. p. 663.

ll-
en,

4. Ueber Medien ohne innere Kräfte und über
eine durch sie gelieferte mechanische Deutung der
Maxwell-Hertz'schen Gleichungen;
von W. Voigt.

Aus den Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaft zu Göttingen,
3. März 1894. Nr. 2.

In dem 34. Bande der Abh. der Kgl. Gesellsch. der Wiss. zu Göttingen vom Jahre 1887 habe ich die Gleichgewichtsgleichungen für einen nicht-starren Körper unter der allgemeinsten Voraussetzung entwickelt, dass seine Theile nicht nur *Kräfte*, sondern auch *Drehungsmomente* infolge von äusseren Ursachen und von zwischen ihnen bestehenden Wechselwirkungen erfahren. Diese Formeln lassen sich ohne weiteres für den Bewegungszustand verallgemeinern.

Bezeichnet man mit $X_x, Y_x, Z_x, X_y, Y_y, Z_y, X_z, Y_z, Z_z, X_n, Y_n, Z_n$ die Componentensummen der inneren Kräfte über die Flächeneinheiten normal zu den Coordinatenachsen und zu einer willkürlich gelegenen Richtung n , mit $L_x, M_x, N_x, L_y, M_y, N_y, L_z, M_z, N_z, L_n, M_n, N_n$ die analog gebildeten Summen über die Drehungsmomente der Wechselwirkungen, so gelten für diese Grössen die Beziehungen

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} X_n = X_y \cos(n, x) + X_y \cos(n, y) + X_z \cos(n, z), \\ \cdot \quad \cdot \\ L_n = L_x \cos(n, x) + L_y \cos(n, y) + L_z \cos(n, z), \\ \cdot \quad \cdot \end{array} \right.$$

Bedeuten noch u, v, w die Verrückungscomponenten, ε die Dichte, X, Y, Z die auf die Masseneinheit bezogenen äusseren Componenten, L, M, N die ebenso definirten Momente an der Stelle x, y, z , so lauten die Hauptgleichungen des Gleichgewichtes und der Bewegung

$$(2) \quad \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \varepsilon X - \frac{\partial X_x}{\partial x} - \frac{\partial X_y}{\partial y} - \frac{\partial X_z}{\partial z},$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$(3) \quad 0 = \varepsilon L - \frac{\partial L_x}{\partial x} - \frac{\partial L_y}{\partial y} - \frac{\partial L_z}{\partial z} + Y_z - Z_z.$$

.

An der Grenze zweier Körper h und k gilt bezüglich der Verrückungen

$$(4) \quad \bar{u}_h = \bar{u}_k, \quad \bar{v}_h = \bar{v}_k, \quad \bar{w}_h = \bar{w}_k,$$

bezüglich der Kräfte, falls n die innere Normale auf dem Oberflächenelement bezeichnet,

$$(5) \quad \begin{cases} (\bar{X}_n)_h + (\bar{X}_n)_k = (\bar{Y}_n)_h + (\bar{Y}_n)_k = (\bar{Z}_n)_h + (\bar{Z}_n)_k = 0, \\ (\bar{L}_n)_h + (\bar{L}_n)_k = (\bar{M}_n)_h + (\bar{M}_n)_k = (\bar{N}_n)_h + (\bar{N}_n)_k = 0. \end{cases}$$

An der freien Oberfläche pflegen die Verrückungen oder die wirksamen Drucke vorgeschrieben zu sein.

Dass die Gleichungen (3) die Rotationsbeschleunigungen der kleinsten Theilchen nicht enthalten, liegt darin, dass dieselben in die Trägheitsmomente multiplicirt auftreten, welche von einer höheren Ordnung unendlich klein werden, als die Volumenelemente.

Um nun den in der Ueberschrift bezeichneten speciellen Fall zu erhalten, dass das nichtstarre Medium keine inneren Kräfte besitzt, wollen wir, was sich durch gewisse Ueberlegungen auch besonders begründen lässt, zunächst die Momentendrucke L, M, N gegen Null convergiren lassen. Dann zeigt sich, dass die Druckcomponenten X, Y, Z Antheile erhalten, welche nicht allgemein verschwinden können, da sonst die kleinsten Theile durch äussere Momente L, M, N eine unendliche Rotationsbeschleunigung erhalten würden. Es müssen vielmehr stets die tangentialen Componenten Y, Z den Bedingungen genügen

$$(6) \quad \varepsilon L = Z_y - Y_z, \quad \varepsilon M = X_z - Z_x, \quad \varepsilon N = Y_x - X_y;$$

dagegen bleibt zulässig

$$(6') \quad X_x = Y_y = Z_z = (Y_z + Z_y) = (Z_x + X_z) = (X_y + Y_x) = 0$$

zu setzen. Die Gleichungen (2) nehmen hierdurch die Form an

$$(7) \quad \begin{cases} \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \varepsilon X + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varepsilon N}{\partial y} - \frac{\partial \varepsilon M}{\partial z} \right), \\ \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \varepsilon Y + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varepsilon L}{\partial z} - \frac{\partial \varepsilon N}{\partial x} \right), \\ \varepsilon \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \varepsilon Z + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varepsilon M}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon L}{\partial y} \right), \end{cases}$$

die man als für ein Medium ohne innere Kräfte charakteristisch betrachten darf, da die Differenzen $(Z_y - Y_z)$... nach (6) den Charakter äusserer Kräfte besitzen und

$$X_s, Y_s, Z_s, \frac{1}{2}(Y_s + Z_y), \frac{1}{2}(Z_x + X_s), \frac{1}{2}(X_y + Y_s)$$

gerade die sonst bei nichtstarren Körpern maassgebenden Druckcomponenten sind.

Führt man zur Abkürzung die auf die Volumeneinheit bezogenen Componenten und Momente ein, d. h. setzt

$$(8) \quad \begin{cases} \varepsilon X = \Xi, \varepsilon Y = H, \varepsilon Z = Z, \\ \varepsilon L = A, \varepsilon M = M, \varepsilon N = N, \end{cases}$$

so gilt

$$(9) \quad \begin{cases} \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Xi + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \right), \\ \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = H + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} \right), \\ \varepsilon \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Z + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y} \right). \end{cases}$$

Hieraus folgt die Gleichung der lebendigen Kraft Ψ in der Form

$$(10) \quad \begin{cases} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = f(\Xi u' + Hv' + Zw' + Al' + Mm' + Nn') dk \\ \quad + \frac{1}{2} f((N \cos(\nu, y) - M \cos(\nu, z)) u' \\ \quad + (A \cos(\nu, z) - N \cos(\nu, x)) v' \\ \quad + (M \cos(\nu, x) - A \cos(\nu, y)) w') do, \end{cases}$$

wobei l, m, n , die Rotationscomponenten, durch

$$(11) \quad l = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad m = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad n = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

gegeben sind und

$$\frac{\partial q}{\partial t} \text{ in } q'$$

abgekürzt ist; ν bezeichnet die äussere Normale auf dem Oberflächenelemente do .

Ein Medium der vorausgesetzten Art könnte man sich, ähnlich wie den Aether, zwischen discreten Kraftcentren, letztere etwa durch ponderable Molecule gegeben, ausgebreitet denken; dann wären die äusseren Kräfte und Momente von diesen Centren ausgeübt und würden die Energie stets erhalten oder stets verzehren, je nachdem das Raumintegral in (10) ein vollständiger Differentialquotient nach der Zeit oder eine definite quadratische Form wäre. In beiden Fällen könnten die Ξ, H, Z, A, M, N nur von den Differentialquotienten der Verrückungen und der Drehungswinkel nach der Zeit abhängen.

Hält man diese Vorstellung von der Natur des betrachteten Mediums fest, so kommt von den Grenzbedingungen (4) die auf die Normalcomponenten der Verrückung bezügliche in Wegfall, weil in diesem Falle die Grenze durch die ponderablen Theile gegeben ist, also feststeht; da das Medium keine inneren Kräfte enthält, also der Compression nicht widersteht, hindert auch nichts, in der Grenzfläche selbst eine verdichtete Schicht — eine Oberflächenbelegung im Sinne der Electricitätslehre — als möglich anzunehmen.

Wählt man die $X Y$ -Ebene zur Grenze, so reduciren sich also die Grenzbedingungen (4) auf

$$(12) \quad \bar{u}_h = \bar{u}_k, \quad \bar{v}_h = \bar{v}_k,$$

während von (5) unter Rücksicht auf die Formeln (6) und (6') und unter Benutzung der Bezeichnung (8) nur übrig bleibt

$$(13) \quad \bar{A}_h = \bar{A}_k, \quad \bar{M}_h = \bar{M}_k.$$

Die so erhaltenen Haupt- und Grenzgleichungen (9) bis (13) zeigen die allergrösste Verwandtschaft mit den Maxwell-Hertz'schen Formeln, und man kann sie leicht zur formellen Gleichheit führen.

Setzt man die Geschwindigkeitscomponenten

$$u' = U, \quad v' = V, \quad w' = W,$$

so erhält man sofort die allgemeinste Gestalt jener Formeln, wenn man Ξ, H, Z gleich linearen Functionen von U, V, W und U', V', W' , und A, M, N gleich linearen Functionen von l, m, n setzt. Dabei kann man noch, um die Ausdrücke symmetrischer zu machen, die Trägheit, also ϵ , des Mediums verschwindend klein annehmen. U, V, W entsprechen dann

den Componenten der electrischen, A, M, N denen der magnetischen Kraft.¹⁾

Von besonderem Interesse ist die Anwendung der obigen Formeln auf die Optik.

Die Ueberlegenheit der electromagneticischen Lichttheorie über die mechanische lag bisher hauptsächlich in folgenden Punkten.

1. Sie lieferte ohne Zuhilfenahme der sogenannten Incompressibilitätsbedingung die Nothwendigkeit transversaler oder quasitransversaler Wellen.

2. Sie führte bei Krystallen ohne alle Hülfsannahmen sogleich auf die der Beobachtung entsprechende kleinste Zahl von optischen Constanten.

3. Sie gestattete, die natürliche Circularpolarisation durch conservative (d. h. Energie erhaltende) Kräfte zu erklären.

4. Sie gab ohne wesentliche Hülfsannahmen die nötige Zahl von Oberflächenbedingungen. Dass sie letztere ganz ohne neue Hypothesen geliefert hätte, wie behauptet worden ist, trifft allerdings nicht zu; denn die ungeänderte Anwendung der für homogene Medien aufgestellten und bewährten Gleichungen, in denen sich die Constanten des Mediums nur ausserhalb der Differentialquotienten nach den Coordinaten vorfinden, auf *inhomogene* (nämlich auf die Grenzschichten) enthält gegenwärtig, wo directe Beobachtungen über inhomogene Medien noch nicht vorliegen, wenn sie sich auch plausibel machen lässt, immerhin eine Hypothese.

In allen diesen vier Punkten sind aber die obigen Formeln (9) bis (13) denen der electromagneticischen Theorie vollkommen gleichwertig, wenn man nur für Ξ, H, Z und A, M, N , wie die Beobachtung verlangt, lineare Functionen der Differentialquotienten von u, v, w einsetzt und sie so bestimmt, dass sie entweder die Energie stets erhalten oder stets verminderen.

ad 1. Ueberall, wo die Kräfte Ξ, H, Z die Form haben

$$\Xi = a \frac{\partial^h u}{\partial t^h}, \quad H = a \frac{\partial^h v}{\partial t^h}, \quad Z = a \frac{\partial^h w}{\partial t^h}$$

1) Die Resultate besitzen vielfache Verwandtschaft mit den von Hrn. Boltzmann (Wied. Ann. 48. p. 78. 1893) erhaltenen.

oder

$$\Xi = b \frac{\partial^h l}{\partial t^h}, \quad H = b \frac{\partial^h m}{\partial t^h}, \quad Z = b \frac{\partial^h n}{\partial t^h}$$

folgt aus (9) für periodische Bewegungen ohne weiteres

$$(14) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0;$$

dies findet aber in *isotropen* Medien nach Symmetrie stets statt. In krystallinischen sind Abweichungen von dieser Bedingung möglich, die sich der Beobachtung entziehen; dasselbe gilt im electromagnetischen System.

ad 2. Ein System Energie *erhaltender* Momente ist nach Formel (10) gegeben durch den Ansatz

$$(15) \quad -A = \frac{\partial^{2h}}{\partial t^{2h}} (a_{11} l + a_{12} m + a_{11} n)$$

für $h = 0, 1, 2 \dots$ und $a_{hk} = a_{kh}$. Diese Werthe, welche sechs Constanten enthalten, führen auf die Fresnel'schen Gleichungen der Doppelbrechung mit Berücksichtigung der Dispersion.

Ein zweites System lautet

$$(16) \quad -A = \frac{\partial^{2h+1}}{\partial t^{2h+1}} (b_{12} m + b_{13} n)$$

für $n = 0, 1, 2 \dots$ und $b_{hk} = -b_{kh}$. Es enthält drei Constanten und ist geeignet, die Erscheinungen in magnetisch activen Körpern abzuleiten.

Energie *verzehrende* Momente liefert hingegen der Ansatz

$$(17) \quad -A = \frac{\partial^{2h+1}}{\partial t^{1h+1}} (c_{11} l + c_{12} m + c_{13} n)$$

für $n = 0, 1, 2 \dots$ und $c_{hk} = c_{kh}$; er enthält sechs Constanten und führt auf die Gesetze der Absorption.

Aehnlich wie hier A, M, N durch l, m, n kann man Ξ, H, Z durch u, v, w ausdrücken und erhält parallelgehende Systeme. Die electromagnetische Theorie bevorzugt bezüglich der conservativen Kräfte die durch A, M, N , bezüglich der absorbirenden die durch Ξ, H, Z gegebenen Glieder.

ad 3. Bisher ist so verfügt worden, dass in dem Raumintegral in (10) entweder

$$\Xi u' + Hv' + Zw'$$

oder

$$Al' + Mm' + Nn'$$

für sich ein Differentialquotient nach der Zeit oder eine definite quadratische Form wird. Man kann aber auch Ansätze machen, die erst beide Theile zusammen zu einem Differentialquotienten werden lassen.

Dies geschieht, indem man setzt

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\Xi = \frac{\partial^{2h}}{\partial t^{2h}} (e_{11} l + e_{12} m + e_{13} n), \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ -A = \frac{\partial^{2h}}{\partial t^{2h}} (e_{11} u + e_{21} v + e_{31} w), \\ \dots \dots \dots \dots \dots \end{array} \right.$$

Dieser Ansatz enthält neun Constanten und führt auf Erscheinungen, welche bei den natürlich activen Körpern beobachteten analog sind. Für isotrope Körper kann man spezieller bilden

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} -\Xi = e \frac{\partial^{2h} l}{\partial t^{2h}}, \quad -H = e \frac{\partial^{2h} m}{\partial t^{2h}}, \quad -Z = e \frac{\partial^{2h} n}{\partial t^{2h}}, \\ -A = e \frac{\partial^{2h} u}{\partial t^{2h}}, \quad -M = e \frac{\partial^{2h} v}{\partial t^{2h}}, \quad -N = e \frac{\partial^{2h} w}{\partial t^{2h}}; \end{array} \right.$$

hierdurch wird die rechte Seite der Gleichungen (9) zu

$$(20) \quad -2e \frac{\partial^{2h} l}{\partial t^{2h}}, \quad -2e \frac{\partial^{2h} m}{\partial t^{2h}}, \quad -2e \frac{\partial^{2h} n}{\partial t^{2h}}.$$

Dies sind aber dieselben Formen, die Cauchy und Boussinesq zur Erklärung der natürlichen Circularpolarisation angewandt haben.

ad 4. ist nur darauf hinzuweisen, dass die Grenzbedingungen (12) und (13) mit den bei der electromagnetischen Theorie benutzten identisch sind.

Die vorstehenden Entwickelungen stehen im engsten Zusammenhang mit den von mir über eine mechanische Ableitung der optischen Gleichungen früher angestellten Untersuchungen. Die in (9) auftretenden Glieder,

(21)

 Ξ, H, Z

einerseits,

$$(22) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \right), \quad \frac{1}{2} \left(\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} \right), \quad \left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y} \right)$$

andererseits, sind die von mir als Kräfte *erster* und *zweiter* Art bezeichneten Componenten; aber die neue Betrachtungsweise deutet beide Theile anschaulich und gibt auch einen überzeugenden Grund dafür an, dass höhere Differentialquotienten nach den Coordinaten als zweite in den Bewegungsgleichungen nicht auftreten. Ausserdem führt sie für die Kräfte zweiter Art unmittelbar auf die Form (22), die früher nur durch Specialisirung eines allgemeinen Ansatzes mit Hilfe der aus der Beobachtung erschlossenen und immerhin hypothetischen Bedingung (14) gewonnen werden konnte. Damit hängt zusammen, dass sie unmittelbar auf die Grenzbedingungen (13) führt, die früher auf Umwegen abgeleitet werden mussten. Diesen Vortheilen gegenüber steht als Nachtheil die Nothwendigkeit einigermaassen specieller Annahmen über die Natur des schwingenden Mediums, insbesondere auch über die Constitution des freien Aethers; ohne solche dürfte man aber überhaupt zu einer mechanischen Deutung der Hertz-Maxwell'schen Gleichungen nicht gelangen.

Wie man indessen auch über diese Punkte denken möge: ein einfacher und anschaulicher Weg zu den optischen Differentialgleichungen *in der allgemeinsten Fassung* dürfte durch die vorstehenden Entwickelungen jedenfalls geliefert sein.

Göttingen, Februar 1894.

Nachtrag. Seit der Veröffentlichung vorstehender Notiz bin ich darauf aufmerksam gemacht worden, dass Hr. G. Moreau (*Thèses Fac. Sciences, Paris 1893*) bereits vor mir den Nachweis geführt hat, dass der zur Erklärung der natürlichen Circularpolarisation von Cauchy und Boussinesq gemachte Ansatz mit der Erhaltung der Energie auch bei *mechanischer* Deutung in Einklang steht. Das oben unter (2) angegebene Resultat ist also nicht ganz neu.

**5. Der specifische Leitungswiderstand und der Temperaturcoefficient der Kupfer-Zinklegirungen;
von Robert Haas.**

Einleitung.

Die Streitfrage über die Constitution der Legirungen beschäftigt seit langer Zeit die Physik und die Chemie. Wir vermögen bei einer gegebenen Legirung in den seltensten Fällen zu sagen, ob wir ein inniges Gemenge, eine chemische Verbindung oder eine Auflösung des einen Bestandtheiles im anderen vor uns haben. Um die Lösung des Problems zu versuchen, können wir mehrere Wege beschreiten. Die Chemie kann die entscheidende Antwort geben, wenn ihr der einwurfsfreie Nachweis einer Wärmetönung während der Vereinigung der Bestandtheile zu einer Legirung gelingt. Dieses Experiment dürfte aber meistens sehr schwierig sein; daher erscheinen die physikalischen Methoden aussichtsvoller.

Es ist einleuchtend, dass die physikalischen Eigenschaften einer Legirung in einer gesetzmässigen Abhängigkeit vom Prozentgehalte stehen müssen. Der Schmelzpunkt, die Leistungsfähigkeit für Wärme und Electricität werden bei einer Legirung ihre Werthe ändern, wenn sich der Prozentgehalt ändert. Wenn bei einer bestimmten quantitativen Zusammensetzung eine chemische Verbindung vorhanden ist, so muss dies auch bei den physikalischen Eigenschaften zu Tage treten.

So werden z. B. die Curven, welche jene Abhängigkeiten graphisch darstellen, an Stellen, wo die Bestandtheile im Verhältniss der chemischen Aequivalentgewichte vorhanden sind, „besondere Punkte (Maxima etc.)“ aufweisen, falls die Legirung eine chemische Verbindung ist.

Wir könnten also aus den physikalischen Eigenschaften auf die Constitution der Legirungen zurückschliessen.

Erfahrungsgemäss sind der specifische Leitungswiderstand und der Temperaturcoefficient sehr empfindlich für nur geringe Änderungen der inneren Zusammensetzung, sie eignen sich also ganz besonders zu derartigen Untersuchungen.

Die Leistungsfähigkeit und zum Theil auch der Temperaturcoefficient der verschiedenen Legirungen ist von Lenz und Arndtsen, Fick und Müller, Riess, Pouillet, G. Wiedemann u. a. untersucht worden, vor allem aber hat Matthiessen sich mit dieser Aufgabe eingehend beschäftigt.¹⁾

Die Kupfer-Zinklegirungen sind trotz ihrer Bedeutung in der Technik und Electrotechnik noch nicht eingehend auf ihren specificischen Widerstand und Temperaturcoeffizienten untersucht. Die wenigen Angaben der Litteratur widersprechen sich zum Theil.

Mit Angabe des Prozentgehaltes existiren im ganzen neun Beobachtungen, von welchen vier von G. Wiedemann²⁾ und fünf von Matthiessen und Vogt³⁾ herstammen. Die letzteren enthalten auch noch Angaben über den Temperaturcoeffizienten.

Herstellung der Drähte.

Gießen der Legirungen.

Es wurden im ganzen folgende Legirungen hergestellt:

Nr. 1	0 Proc. Zink	Nr. 15 ca. 45,0 Proc. Zink
" 2	0 "	" 16 " 47,0 "
" 3 ca.	0,7 "	" 17 " 50,0 "
" 4 "	1,6 "	" 18 " 60,0 "
" 5 "	3,4 "	" 19 " 70,0 "
" 6 "	5,5 "	" 20 " 80,0 "
" 7 "	9,1 "	" 21 " 90,0 "
" 8 "	18,0 "	" 22 " 95,0 "
" 9 "	20,0 "	" 23 " 96,0 "
" 10 "	23,0 "	" 24 " 97,0 "
" 11 "	28,0 "	" 25 " 98,0 "
" 12 "	34,0 "	" 26 " 99,0 "
" 13 "	40,0 "	" 27 " 99,5 "
" 14 "	48,0 "	" 28 " 100,0 "

Der Prozentgehalt ist hierbei wegen der besseren Uebersicht abgerundet.

Von diesen Legirungen wurden im chemischen Laboratorium des Physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. Nr. 1 bis Nr. 9, Nr. 13 und Nr. 16—28 verfertigt und zwar auf folgende Weise:

1) Eine ausführliche Uebersicht aller dieser Resultate findet sich in G. Wiedemann, „Die Lehre von der Electricität“, Bd. I.

2) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 108. p. 405. 1859.

3) Matthiessen u. Vogt, Pogg. Ann. 122. p. 19. 1864.

Das Kupfer wurde von der chemischen Fabrik von Merck in Darmstadt in vorzüglicher Reinheit als sogenanntes Electrolytkupfer, das Zink in gleich guter Qualität, in Stangen gegossen, bezogen. Das gelieferte plattenartige Kupferstück wurde in kleine Stücke zu ca. 10 g zerschlagen und das von dieser Bearbeitung anhaftende Eisen durch Kochen in verdünnter Salzsäure entfernt, die Säure wurde durch Einlegen der Stücke in warmes destillirtes Wasser und mehrfaches Abspülen weggeschafft, die Kupferbrocken endlich mit Fliesspapier und absolutem Alkohol getrocknet, sodass sie die lebhaft rothe Farbe des reinen Kupfers zeigten.

Zum Schmelzen des Kupfers wurde ein Rössler'scher Schmelzofen verwendet, welcher ein sehr sauberes und bequemes Arbeiten gestattet.

Das Kupfer und das Zink wurde im richtigen Verhältniss auf einer Handwaage abgewogen und mit einem geringen Ueberschusse von Zink versehen, welcher als Ersatz für das abdampfende Zink dienen sollte.

Die Kupferbrocken wurden in einem neuen Tiegel von feinstem hessischen Thon mit gepulvertem und entwässertem Borax bedeckt, ein Deckel aus Thon oder Porzellan aufgesetzt und das ganze in den Ofen gebracht. Sobald das Kupfer geschmolzen war, wurde es unter der dicken Boraxdecke etwa 10 Minuten in ruhigem Fluss gehalten; alsdann wurde das Zink in Stückchen zu etwa $\frac{1}{2}$ g hineingegeben. Es trat dabei eine sehr lebhafte explosionsartige Feuererscheinung auf.¹⁾ Der Deckel wurde wieder aufgesetzt und das Gemenge etwa 10 Minuten weiter erhitzt; alsdann wurde das Gas abgedreht, bis die Masse erstarrt war, und dann nochmals zum Schmelzen erwärmt. War die Legirung in ruhigen Fluss gerathen, so wurde zum Guss geschritten.

Derselbe fand in einer eisernen Form statt, in welcher sich die Legirungen zu Stangen von etwa 4 mm Durchmesser formten; die Form wurde vor dem Guss mit Meersand gereinigt. Nach einigen misslungenen Versuchen gelang es,

1) Wahrscheinlich das Leidenfrost'sche Phänomen; es kann diese lebhafte Reaction durch die vielleicht eintretende chemische Verbindung entstehen.

Stangen von 5—10 cm Länge zu erzielen. Die meisten Schwierigkeiten machte das reine Kupfer, welches bekanntlich einen schlechten Guss zeigt.

Die Legirungen Nr. 10, 11, 12, 14, 15 wurden nachträglich hergestellt, um einige Lücken in der Versuchsreihe auszufüllen.

In der technischen Hochschule zu Hannover, wo diese Arbeit fortgesetzt wurde, war ein Gasschmelzofen und eine eiserne Form nicht vorhanden, sodass diese Legirungen im Holzkohlenfeuer geschmolzen und in Sand gegossen wurden. Sie zeigten sich trotzdem in ihrem Verhalten von den früher hergestellten nicht verschieden. Es wurde ängstlich darauf geachtet, dass keine Kohle in den Tiegel gelangen konnte.

Es galt zunächst die in Stangenform gegossenen Legirungen in Drahtform zu bringen. Ich konnte mich nicht entschliessen, diese Arbeit einer Fabrik zu überlassen, indem ich dabei eine Verunreinigung der Legirungen befürchtete.

Die Stangen wurden zunächst mit Feile und Schmirgelleinwand von der anhängenden Oxydschicht befreit, zugespitzt und durch beiläufig 50 Ziehlöcher mit der Drahtziehmaschine und dann durch etwa 30 Löcher von Hand gezogen, dabei verjüngte sich der Durchmesser von rund 4 mm auf rund 0,4 mm. Bei den Legirungen von 0 Proc. bis 40 Proc. Zink war das Verfahren folgendes:

Nachdem der Draht durch 4—6 Löcher gegangen war, wurde er auf einem Messingblech ausgeglüht. Die sich dabei bildende oberflächliche Oxydschicht und das vom Ziehen eventuell anhaftende Eisen wurde mittels feiner Schmirgelleinwand entfernt, der Draht wieder vorn zugespitzt und durch weitere 4—6 Löcher gezogen, um das Ausglühen, Reinigen und Zuspitzen zu wiederholen. Das ganz reine Kupfer und die Legirungen über 40 Proc. Zink liessen sich erst nach grosser Uebung durch mancherlei Kunstgriffe zu Draht ziehen.

Die Legirungen von 50 Proc. bis 99 Proc. Zink waren, obwohl alles Erdenkliche versucht wurde, nicht mehr in Draht zu verwandeln; sie sind um 60 Proc. herum so hart, dass sie ungehärteten Stahl ritschen und werden bei 80 Proc. so mürbe, dass sie auf einen leichten Hammerschlag in kleine Stücke zerspringen: man kann sie ohne Mühe zu Pulver stossen.

Auch dem Walzen zu Blech und dem Pressen widersetzen sie sich.

Die verwendeten Zieheisen waren bis zu einem Durchmesser von 1 mm herab von bestem gehärtetem Stahl. Die feineren Nummern waren ungehärtet. Verschwindende Spuren von Eisen liessen sich in den Drähten nachweisen und sie dürften ihren Ursprung wohl dem Durchziehen durch die Zieheisen verdanken.

Vorbereitung der Drähte zu den Messungen.

Auf den specificischen Widerstand eines Drahtes sind geringe Aenderungen der Structur von erheblichem Einfluss. Schon Druck, Dehnung, Erschütterung, Torsion, Auf- und Abwickeln bringen nach Wartmann, Chwolson, Mousson, de Marchi, Tomlinson, W. Thomson u. a. Aenderungen des Widerstandes hervor. Nach Mousson¹⁾ hat das Ziehen der Drähte ebenfalls einen erheblichen Einfluss, endlich ändert nach den Versuchen von Matthiessen²⁾, Siemens³⁾ und E. Becquerel⁴⁾ das Ausglühen eines Drahtes oft ganz beträchtlich die Leistungsfähigkeit. Es haftet daher an allen vergleichenden Versuchen über specificisches Leistungsvermögen der Vorwurf, dass die gemessenen Drähte sich nicht in denselben inneren Structurverhältnissen befanden; dieser Einwurf ist berechtigt, indem es kaum möglich ist, zwei gegebene Drähte in genau denselben Zustand zu bringen.

Ich habe dies Ziel annähernd auf folgende Weise zu erreichen gestrebt:

Die Legirungen wurden alle beim Guss und beim Ziehen ganz gleich behandelt. Das Ausglühen war stets mit Abschrecken verbunden. Alle Drähte wurden, soweit angängig, zu ungefähr gleicher Dicke gezogen; sie wurden alle vor dem letzten Ziehloche ausgeglüht und abgeschreckt. Alsdann wurden sämmtliche Drähte, mit Ausnahme von Nr. 27 und 28, in einem regulirbaren Luftbade während 1 Stunde auf 400° erhitzt und dann langsam abgekühlt; mit Schmirlgelpapier wurde

1) Mousson, Neue Schweiz. Zeitschr. **14**. p. 33. 1855.

2) Matthiessen u. v. Bose, Pogg. Ann. **115**. p. 359. 1862.

3) W. Siemens, Pogg. Ann. **110**. p. 18. 1860.

4) E. Becquerel, Ann. de chim. et phys. **17**. p. 253. 1846.

das Oxyd entfernt und jeder Draht vor der Messung noch 5 Minuten in kochendes Wasser gelegt. Jedes unnötige Auf- und Abwickeln habe ich ängstlich vermieden.

Andererseits ergiebt sich aus der angeführten Schwierigkeit die Erkenntniss, dass es keinen Zweck hat, die Genauigkeit der Messungen über einen gewissen Grad zu steigern; etwa $\frac{1}{2}$ Proc. dürfte noch die Abweichungen erreichen, welche infolge verschiedenartiger Structur doch auftreten.

Die Messungen.

Allgemeines.

Der Zweck der Messungen war, den specifischen Widerstand und den Temperaturcoefficienten der Kupferzinklegirungen zu bestimmen.

Hat ein Draht die Länge l den Querschnitt q und den Widerstand w , so ist bekanntlich der specifische Widerstand des Materials $s = (w q / l)$, wobei w , q und l zu bestimmen sind. Die Grösse w ist selbst eine Function der Temperatur. Um die Widerstände bei ein und derselben Temperatur z. B. 0°C vergleichen zu können, muss die Temperaturfunction $d w / dt$ ermittelt werden.

Beschreibung der Apparate.

Der Apparat zur Ermittlung der Grössen w und $d w / dt$.

Zur Bestimmung des Widerandes und des Temperaturcoefficienten habe ich die Wheatstone-Kirchhoff'sche Brücke verwendet.

Der Schleifdraht war aus Neusilber und 2 m lang; er wurde in 5 Versuchsreihen nach der von Braun¹⁾ angegebenen Methode calibrirt

An dem einen Endklotze K_1 des Schleifdrahtes war eine Kupferstange T_4 von 80 mm^2 Querschnitt angelöhtet, und in diese wieder ein Neusilberdraht VV vom Temperaturcoefficienten 0,00035.

Auf der anderen Seite des Schleifdrahtes ab war in den Klotz K_2 eine dicke Doppelschnur von 36 mm^2 Querschnitt eingelöhtet, welche in dem Quecksilbernapf Q_2 endigte. Zwischen Q_1 und Q_2 sass das Oelbad OO .

1) Braun, Centralzeitung für Optik und Mechanik 4. p. 184. 1893.

Der zu messende Draht war auf einem hohlen Porzellan-cylinder R aufgewickelt, auf dessen Oberfläche ein Schrauben-gewinde eingeformt war; sein Durchmesser war 5 cm; er wurde in zwei U-förmigen Glasstäben G_1 und G_2 frei aufgehängt. Die Enden des Drahtes wurden in Kupferstangen $B_1 B_2$ mit Kolophonium und Weichlot eingelötet. Das Blechbassin erhielt eine Füllung von 7 Litern guten Rüböls.

In das Oelbad ragte ein empfindliches Thermometer, dessen Scala bis 100° reichte und welches in Zehntelgrade getheilt war. Sein Siede- und sein Nullpunkt wurden con-

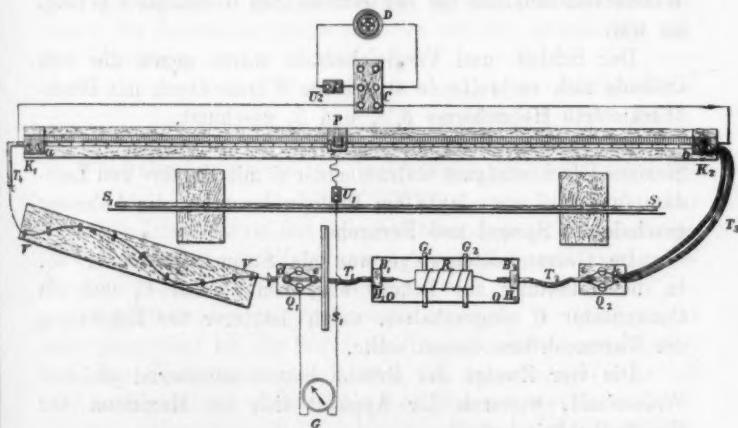


Fig. 1.

trollirt und die Correction für den herausragenden Faden bestimmt.

Aus dem Oelbad konnte der Strom mittelst starker Kupferseile T_1 und T_2 zu den Quecksilbercontacten e bez. i gelangen.

In einen starken Holzklotz Q_1 und Q_2 waren 4 grosse Löcher eingebohrt, ausgepicht und mit Quecksilber gefüllt worden; in das eine Loch e bez. i tauchten die Zuleitungen zu dem Oelbade, in das andere d bez. k die Zuleitungen zu dem Vergleichsdraht bez. der Brücke. Es hatten diese getheilten Quecksilbernäpfe den Zweck, zu verhindern, dass die von dem erhitzen Oelbade ausgehende Wärme durch Leitung zu dem Vergleichsdraht, bez. der Brücke gelangte. Die Löcher des

Klotzes wurden durch viele dünne Kupferdrähte verbunden, welche eine grosse Ausstrahlungsüberfläche bei grossem Gesammtquerschnitt ergaben. Dass in der That keine nennenswerthe Wärmemenge von e nach d oder von i nach k gelangte, zeigte ein in das zweite Loch eingeführtes Thermometer, indem es eine Temperaturerhöhung nicht nachwies. Die gesammten Zuleitungen hatten mit allen Löhtstellen und Quecksilbercontacten einen Widerstand von rund 0,001 Ohm, wovon auf die einer Erwärmung ausgesetzten Theile etwa 0,0004 Ohm kam, so dass deren durch die erhöhte Temperatur bedingte Widerstandszunahme bei der gewünschten Genauigkeit belanglos war.

Der Schleif- und Vergleichsdraht waren gegen die vom Oelbade sich verbreitende strahlende Wärme durch mit Blech überkleidete Holzschrirme S_1 , S_1 und S_2 geschützt.

Im anderen Brückenzweige sass als Stromanzeiger ein Siemens-Glockenmagnet-Galvanometer G mit Kupfer- und Luftdämpfung und etwa 500 Ohm Rollenwiderstand; die Ablesung geschah mit Spiegel und Fernrohr.

Im Galvanometerzweige war ein Stromunterbrecher U_1 , in der Zuleitung zur Brücke ein eben solcher U_2 und ein Commutator C eingeschaltet, welch' letzterer zur Erkennung der Thermoströme dienen sollte.

Die vier Zweige der Brücke hatten annähernd gleichen Widerstand, wodurch der Apparat sich im Maximum der Empfindlichkeit befand.

Die ganze Aufstellung hatte in einem Zimmer Platz gefunden, welches ungeheizt war und infolgedessen seine Temperatur in 12 Stunden um höchstens $1^\circ C$ änderte.

Die Längenmessung.

Auf einem hölzernen Maassstabe von 3 m Länge, welcher auf einen starken Balken verschraubt war, wurde durch zwei Beobachter der Draht ausgespannt und die Länge abwechselnd abgelesen; die Ablesungen stimmten bis auf 1 mm stets überein.

Die Querschnittsbestimmung.

Der mittlere Querschnitt wurde aus Länge, Dichte und absolutem Gewicht auf bekannte Weise bestimmt. Hierzu

wurde der Draht wieder aufgerollt und auf der empfindlichen Wage mittelst eines geachten Quarzgewichtssatzes gewogen.

Alsdann wurde der Draht 5 Minuten in kochendes Wasser gelegt, um ihn von den anhaftenden Luftblasen zu befreien, das Wasser wurde abgekühlt, und seine Temperatur bestimmt, der Draht unter Wasser aufgehängt und sein Gewichtsverlust ermittelt.

Die Correctionen der Wägungen auf den leeren Raum und auf die Normaltemperatur wurden hinzugefügt. Die Wägungen wurden durch die Beobachtung der Schwingungen angestellt. Ist l die Länge, q der Querschnitt, Q das absolute Gewicht und d die Dichte, so ergab sich der mittlere Querschnitt aus der Beziehung:

$$q = \frac{Q}{d l}.$$

Widerstandsmessung und Bestimmung des Temperatur-coeffizienten.

Der Draht wurde auf die oben beschriebene Porzellanrolle aufgewickelt, in die Zuleitungen eingelöhet und die ganze Vorrichtung in das Oelbad versenkt.

Das Oelbad wurde stufenweise um etwa je 10° C erhitzt und umgeführt bis der Stand des Thermometers constant war.

Die Temperatur erhielt sich auf denselben Werthe bei den niederen Graden während etwa 3 Minuten, bei den höheren Graden während ca. $\frac{3}{4}$ Minuten, eine Zeit, welche zur Widerstandsmessung genügte, sodass ich von der Anwendung eines doppelten Bades abssehen zu können glaubte.

Es wurde in dieser Weise fortgefahren, bis das Bad die Temperatur von etwa 100° erreicht hatte.

Daran schlossen sich ähnliche Messungen bei abnehmender Temperatur. Beide Versuchsreihen ergaben zusammen meist 16 Werthe und dauerten etwa 8 Stunden.

Im Ganzen wurden von einem jeden Draht zwei Beobachtungsreihen bei zunehmender und zwei bei abnehmender Temperatur aufgenommen.

Der Draht wurde nach den Versuchen knapp an der Kupferstange abgezwickt und die Länge, mit welcher er frei im Oelbad lag, am Massstab gemessen.

Der Widerstand des Vergleichsdrahtes *VV* wurde mit Hülfe zweier Normalohm der Firma Siemens & Halske zu 1,1342 Ohm bei 0° C bestimmt.

Die Analysen.

Eine weitere Aufgabe war, den Zinkgehalt der Drähte zu bestimmen.

Ich zog den anderen analytischen Methoden die Analyse durch Electrolyse wegen ihrer Einfachheit und Sicherheit vor und habe an der Hand des Classen'schen Werkes¹⁾ gearbeitet.

Die richtige Stromdichte habe ich empirisch aus Versuchen bestimmt; bei derselben haftete das Cu vollkommen fest an der Electrode.

Ein Stück Draht der Legirung von ungefähr 0,3 g wurde sauber geputzt, genau gewogen und in Salpetersäure gelöst, die Lösung etwas eingedampft und etwa 10 cm³ $\frac{1}{10}$ H₂SO₄ zugesetzt. In Gegenwart von H₂SO₄ scheidet sich nämlich kein Zink aus, wenn auch alles Cu längst niedergeschlagen ist.

Die Lösung wurde mit destillirtem Wasser bis 1 cm vom oberen Rand der Kathode aufgefüllt und der Strom geschlossen. Das Ganze wurde etwa 40 Stunden sich selbst überlassen. Um die Beendigung der Operation zu erkennen, wurde das Bad mit destillirtem Wasser um $\frac{1}{3}$ cm weiter aufgefüllt; zeigte das bisher unbenutzt gewesene Stück des Platinbleches nach 6 Stunden keinen Kupferniederschlag, so wurde die Kathode bei ununterbrochenem Strom herausgenommen, abgespült, getrocknet und gewogen. Stimmten zwei Analysen auf $\frac{1}{4}$ Proc. überein, so wurden sie in das Protokoll aufgenommen; eine etwas grössere Uebereinstimmung verlangte ich bei den zinkarmen Legirungen.

Von einer Bestimmung des Zinkes glaubte ich absehen zu können, da die doppelten Analysen genügend sicher erschienen.

Dagegen habe ich mehrfach versucht, den Eisengehalt zu bestimmen; jedoch fand ich ihn stets so klein, dass er sich der Wägung entzog; es waren stets nur „Spuren von Eisen“ in den Legirungen vorhanden.

1) A. Classen, Quantitative Analyse durch Electrolyse. 3. Aufl. 1892.

Die Messresultate.**1. Die Auswerthung.**

Die Auswerthung der Messresultate geschah in folgender Weise:

Zuerst wurden die Angaben des Thermometers und die Ablesungen an der Wheatstone'schen Brücke verbessert und alsdann das Verhältniss der Widerstände auf dem Brückendraht ausgerechnet. Durch Multipliciren mit dem Widerstande des Vergleichsdrahtes bei seiner Temperatur wurde der Widerstand des gesuchten Drahtes gefunden. Die Rechnungen sind bis auf 4 Stellen hinter dem Komma durchgeführt.

Eine Aufzeichnung der erhaltenen Werthe auf Coordinatenpapier ergab, dass sich in *allen* Fällen die Messreihe einer jeden Legirung durch eine gerade Linie darstellen lasse. Der Widerstand w hatte also bei der Temperatur t einen Werth:

$$w = a + b t.$$

Die Ermittelung der „besten Werthe“ für die Constanten a und b geschah nach der „Methode der kleinsten Quadrate“. Dabei wurde jede der 4 Reihen zu etwa 8 Beobachtungen für sich ausgerechnet, um zu untersuchen, wie gross der Unterschied der Constanten a und b bei zunehmender und abnehmender Temperatur sich darstellte. Wir erhalten demnach für a und b vier Werthe.

Die „Gewichte“ der Reihen beurtheilte ich nicht nach dem „mittleren Fehler“, sondern nach der Anzahl der Einzelbeobachtungen, da mir deren Zahl zu gering erschien, um grossen Werth auf den „mittleren Fehler“ zu legen.

Da es sich zeigte, dass der Unterschied der Constanten a und b bei zunehmender und bei abnehmender Temperatur nicht erheblich war, so fasste ich je eine Reihe bei zunehmender mit der zugehörigen bei abnehmender Temperatur zusammen und vereinigte zuerst deren „beste“ a und b zu einem Mittelwerth, wodurch sich die beim Erwärmen bez. Abkühlen auftretenden constanten Beobachtungsfehler einigermaassen ausgleichen mussten.

Ich erhielt, da im ganzen 4 Reihen vorlagen, auf diese Weise 2 Mittel, deren Mittelwerth wiederum auf die angegebene

Weise berechnet wurde, so dass die Constanten a und b schliesslich aus ungefähr 32 bei verschiedenen Temperaturen ausgeführten Beobachtungen sich ergaben.

Der specifische Leitungswiderstand bei 0° C. wurde nach den oben angegebenen Formeln ausgerechnet.

Die Endresultate folgen anbei:

Nr. der Legirung	Analyse Gew.-% Zink	Spec. Widerst. Ohm	Temperatur- coefficient	Spec. Leitungs- vermögen
1	0	0,01576	0,004316	63,45
2	0	0,01592	0,004328	62,81
3	0,71	0,01833	0,003725	54,56
4	1,56	0,02133	0,003185	46,88
5	3,07	0,02372	0,002913	42,16
6	5,51	0,03010	0,002388	33,22
7	9,08	0,03688	0,002044	27,49
8	18,02	0,04763	0,001691	21,00
9	20,29	0,05064	0,001630	19,75
10	22,71	0,05424	0,001607	18,44
11	28,16	0,05826	0,001581	17,16
12	34,23	0,06302	0,001579	15,87
13	40,28	0,06789	0,002116	17,27
14	42,55	0,05307	0,002376	18,84
15	45,19	0,04712	0,002851	21,22
16	46,85	0,04814	0,003105	23,18
27	99,53	0,05883	0,008847	17,00
28	100,00	0,05683	0,004029	17,60

Betrachtungen über die Messresultate.

Es dürfte zunächst auffallen, dass der Widerstand der sämtlichen untersuchten Legirungen eine lineare Function der Temperatur ist; sie verhalten sich also wie die reinen Metalle, wenn man das Eisen ausschliesst. Die Abweichung von der nach der „Methode der kleinsten Quadrate“ ermittelten Graden beträgt in der einzelnen Reihe etwa 1% im Durchschnitt, fällt also innerhalb der Beobachtungsfehler. Gerade wegen dieser einfachen Abhängigkeit habe ich es vorgezogen, in dieser Arbeit den specifischen Widerstand überall an Stelle des Leitungsvermögens einzuführen, wodurch neben der besseren Uebersicht, die Berechnung einer dritten Constanten erspart wurde.

Den specifischen Widerstand des reinen Kupfers habe ich zu 0,0158 und 0,0159 Ohm gefunden. Bester käuflicher Kupferdraht dürfte kaum den Werth 0,017 Ohm erreichen.

Matthiessen¹⁾ erhielt bei seiner klassischen Bestimmung des specifischen Widerstandes für das hartgezogene Kupfer rund 0,0156 Ohm und für das weiche Kupfer rund 0,0154 Ohm.²⁾ Das von mir untersuchte Material befand sich in einem mittleren Zustand. Meine Zahlen dürften daher nicht wesentlich hinter den Matthiessenschen Werthen zurückbleiben; trotzdem habe ich nicht annähernd so viel Sorgfalt auf den Guss verwendet. Ich glaube meine hohen Werthe aus dem besseren Rohmaterial, aus der schützenden und das Oxyd auflösenden Boraxdecke, der Anwendung eines Gasschmelzofens und vielleicht auch durch die Sorgfalt beim Ziehen der Drähte erklären zu können.

Den specifischen Widerstand des Zinks erhielt ich zu 0,056 Ohm. Dieser Werth ist von den meisten Beobachtern ebenfalls gefunden.

Die Tabelle ergiebt, dass der specifische Widerstand des mit Zink legirten Kupfers anfangs rapid mit dem Procentgehalt zunimmt; am besten kann man den Verlauf nach der auf Fig. 2 p. 686 dargestellten Curve verfolgen. Die Abscissen sind Gewichtsprocente Zink, die Ordinaten die specifischen Widerstände.

Die schwarzen Punkte stellen die von mir gefundenen Zahlen dar. Der Curvenzug, welcher durch diese Punkte gelegt ist, zeigt bis zu 5 Proc. Zink ein sehr steiles Aufsteigen. Von hier beginnt die Neigung der Curve gegen die Abcissen-axe mehr und mehr nachzulassen, bis bei 34 Proc. etwa der Linienzug ein Maximum anzeigt. Auf diesen Punkt folgt ein steil abfallender Ast, welcher bis zu 47 Proc. Zn sich verfolgen liess; über diesen Werth hinaus liessen sich leider keine Drähte mehr anfertigen.

Es ist immerhin interessant, dass die Kupferzinklegirungen bei 47 Proc. Zn dem electrischen Strome denselben Wider-

1) Matthiessen, Pogg. Ann. p. 222. 1880.

2) Matthiessen gibt die Leitungsfähigkeit des hartgezogenen Kupfers zu 99,95, die des weichen Kupfers zu 102,2 an, auf Silber=100 bezogen. Setzt man die Leitungsfähigkeit des Silbers zu der des Quecksilbers, wie 100 zu 1,656, so ergeben sich nach dem Uebergang zu den praktischen Einheiten des C.G.S.-Systems die oben angeführten Werthe. Die Annahme der vorkommenden Constanten macht den Endwerth etwas unsicher.

stand entgegensezten, als bei 14 Proc. Zink, ferner, dass der specifische Widerstand um 34 Proc. ein Maximum zeigt, welches den entsprechenden Werth des reinen Zinks noch übersteigt.

Da der specifische Widerstand der Legirung von 47 Proc. (No. 16) bedeutend unter dem des reinen Zink liegt, so muss die Curve sich mindestens noch einmal nach oben wenden. Man muss also in dem Theile, welcher sich der Messung ent-

zog entweder ein Minimum, oder ein Minimum und ein Maximum, oder vielleicht auch ein sprungartiges Ansteigen der Linie annehmen.

Der Curvenzug zeigt bis zu 47 Proc. Zink grosse Aehnlichkeit mit einer cubischen Parabel und lässt sich auch ganz gut durch eine Gleichung 3. Grades analytisch ausdrücken; die Uebereinstimmung ist aber wohl kaum die gesetzmässige.

In der Fig. 2 bedeuten die kleinen Kreise \odot die von G. Wiedemann¹⁾, die Kreuze \times die von Matthiessen

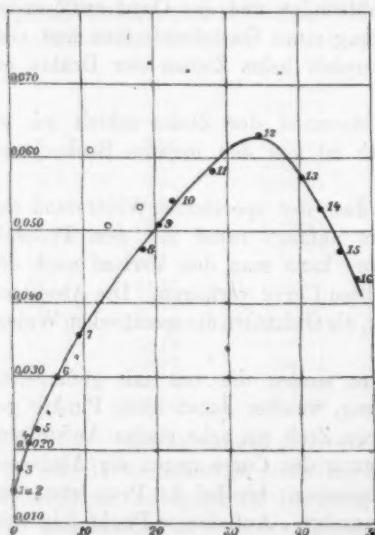


Fig. 2.

(Die Zahlen bei den einzelnen Versuchsergebnissen beziehen sich auf die Nummern der Tabelle auf p. 684.)

und Vogt²⁾ gefundenen Werthe. In den bezüglichen Abhandlungen sind sie, in der reciproken Form und auf Silber = 100 bezogen, aufgeführt; ich habe sie auf bereits angegebene Weise umgerechnet. Matthiessen und Vogt haben außerdem ihre Angaben in Volumprozenten gemacht, welche ich dann nach den von ihnen angegebenen Zahlen in Gewichtsprocente umgewandelt habe.

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 108. p. 405. 1859.

2) Matthiessen u. Vogt, Pogg. Ann. 122. p. 19. 1864.

Mit den Zahlen Wiedemann's stimmen die meinigen nicht schlecht¹⁾; ferner zeigen dieselben mit den Matthiessen und Vogt'schen Werthe bei geringem Zinkgehalt eine gute Uebereinstimmung; bei den höheren Procentgehalten weichen meine Werthe dagegen ganz beträchtlich nach unten ab. Nach den Erfahrungen, welche ich bei meiner Arbeit gemacht habe, röhren diese augenscheinlich viel zu grossen Werthe Matthiessen's von Verunreinigungen her. Matthiessen selbst hat den Einfluss geringer Beimengungen in einer Arbeit behandelt²⁾ und bei 0,05 Proc. Kohle eine Abnahme der Leistungsfähigkeit um 20 Proc. gefunden.

Ein Maximum haben weder G. Wiedemann noch Matthiessen und Vogt beobachtet.

Wir wenden uns dem zweiten Theil der Messungen, dem Temperaturcoeffienten, zu.

Den Verlauf desselben bei wachsendem Zinkgehalt stellt der Linienzug der Fig. 3 dar. Wir ersehen daraus, wie diese Grösse im Anfang ungemein rasch (Die Zahlen bei den einzelnen Versuchsresultaten beziehen sich auf die Nummern der Tabelle auf p. 684.) sich vermindert; bei etwa 5 Proc. beginnt die Curve immer allmählicher abzufallen und wird von etwa 17 Proc. bis 30 Proc. nahezu horizontal, um von da bis zu 47 Proc. Zink wieder ziemlich steil sich zu erheben. Bei diesem Procentgehalt hat der Temperaturcoeffient denselben Werth, den er bei 2 Proc. hatte (!).

Bei 5 Proc. hat er schon nahezu 70 Proc. seiner Gesamtänderung erreicht. Leider brechen die Beobachtungen bei

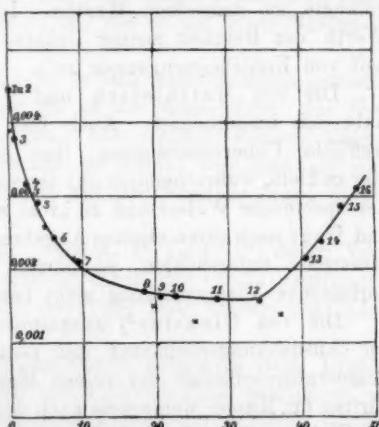


Fig. 3.

1) Ausser dem Wiedemann'schen Werth des circa 12 Proc. Zn enthaltenden Drahtes; diese Zahl ist augenscheinlich viel zu gross.

2) Matthiessen u. Holzmann, Pogg. Ann. 110. p. 222. 1860.

47 Proc. ab. Das Minimum liegt etwa bei 33 Proc. Zink. Auf den Temperaturcoefficient des Cu ist schon die geringste Zinkbeimengung von bedeutendem Einfluss, wie der rapide Abfall der Curve ergiebt. Andere Verunreinigungen drücken den Temperaturcoefficienten — auch der Legirungen — bedeutend herab.

Ein interessantes Ergebniss ist der hohe Temperaturcoefficient für das reine Cu, welchen ich zu 0,00432 gefunden habe. Bisher galt 0,004 schon als ein hoher Werth. Ich fertigte, um sicher zu gehen, einen zweiten Draht an und gelangte zu demselben Werthe. Ich schreibe diesen hohen Werth der Reinheit meiner Drähte, vor allem der Abwesenheit von Kohlebeimengungen zu¹⁾.

Die von Matthiessen und Vogt gefundenen Werthe habe ich umgerechnet. Auch hier zeigen die ersten Werte treffliche Uebereinstimmung; ihre letzten drei Werthe sind hier zu klein, wahrscheinlich aus demselben Grunde, aus welchem der specifische Widerstand zu gross wurde. Da Matthiessen und Vogt nach ihren eigenen Angaben nur einen Draht in einer Messreihe untersuchten, so dürften sie die wahrscheinlich vorhandene Verunreinigung nicht bemerkt haben.

Die von Clausius²⁾ ausgesprochene Vermuthung, dass der Ausdehnungscoefficient der permanenten Gase und der Temperaturcoefficient der reinen Metalle dieselbe Zahl seien, dürften für Kupfer wenigstens nach den vorliegenden Messungen an Wahrscheinlichkeit verlieren, indem die Zahlen um mehr als 15 Proc. von einander abweichen.

Zu der am Eingange dieser Arbeit aufgeworfenen Frage über die Constitution der Legirungen hat diese Arbeit, wie ich hoffe, einen kleinen Beitrag geliefert.

Wir haben gesehen, dass das Maximum des specifischen

1) In demselben Laboratorium war Hr. B. Gleichmann mit einer Arbeit über den Einfluss hoher Temperaturen auf den Widerstand der reinen Metalle beschäftigt. Er dehnte seine Versuche bis auf 800° C aus und erhielt für aus demselben Material und auf ähnliche Weise wie bei mir hergestellten Kupferdraht nach einer anderen Messmethode einen Temperaturcoefficienten von 0,00430 (Inaugural-Dissertation, Marburg 1894).

2) Clausius, Pogg. Ann. 104. p. 650. 1858.

Widerstandes und das Minimum des Temperaturcoeffizienten in der Nähe von 34 Proc. Zn liegt. Dies ist um so interessanter als bei diesem Procentgehalt gerade die Verbindung Cu_2Zn existiren würde. Dass hier mehr als eine zufällige Ueber-einstimmung besteht, dürfte durch die Messungen von Ball¹⁾ und Kaminsky²⁾ an Cu-Sn und Cu-Sb Legirungen sehr wahrscheinlich werden. Diese Herren fanden bei Cu_2Sb ein Minimum und bei Cu_4Sn ebenfalls ein Minimum des specifischen Widerstandes. Nimmt man meine Messungen hinzu, so kann man sagen, dass das Kupfer als ein einwerthiges Element in diese Verbindungen eintritt, gerade so, wie es mit einer Valenz in Cu_2O oder Cu_2S existirt.

Durch diese Arbeit dürfte es sehr wahrscheinlich gemacht worden sein, dass Cu und Zn in der Schmelzhitze eine feste Verbindung zu Cu_2Zn eingehen. Die schätzenswerthen Eigen-schaften des Messings, welche es sowohl von Zink als vom Kupfer unterscheiden, dürften auf der Existenz dieser festen Verbindung beruhen³⁾.

Es sei noch bemerkt, dass A. P. Laurie⁴⁾ durch Ver-suche über die electromotorische Kraft der Cu-Zn-Legirungen zu der Behauptung gelangt, dass eine feste Verbindung $CuZn_2$ bestehen müsse.

Wie schon öfters erwähnt wurde, gelang es nicht, Drähte herzustellen, welche mehr als 50 Proc. Zink enthielten, so dass der von Laurie gefundene Körper durch meine Widerstandsmessungen nicht bestätigt werden konnte.

1) E. J. Ball, J. Chem. Soc. **303**. p. 167. 1888.

2) G. Kaminsky, Proc. Phys. Soc. Lond. **6**. p. 53.

3) Dass Cu und Zn in der Schmelzhitze sich zu einer chemischen Verbindung vereinigen, müsste sich auch durch die Wärmetönung nachweisen lassen. Das neuerdings vielfach verwendet Platin-Iridium-Thermo-element würde selbst in der Schmelzhitze des Cu noch die eventuell auftretende Verbindungswärme in bequemer Weise anzeigen. Es ist aber nicht ausgeschlossen, dass die durch diese chemische Reaction hervorgerufene Steigerung der Temperatur durch die Verdampfung des Zinks, durch die vielleicht auftretende Lösungswärme und andere innere Vorgänge, welche Wärme verzehren, wieder so herabgedrückt wird, dass das Versuchsergebnis getrübt wird. Man kann daher dieses Verfahren a priori nicht als entscheidend gelten lassen. Leider brach es an Zeit, eine derartige Untersuchung anzustellen.

4) A. P. Laurie, J. Chem. Soc. **302**. p. 104. 1888.

Es würde zu einer Vervollständigung unserer Kenntniss von den Legirungen führen, wenn der Theil der Cu-Zn-Legirungen, welche hier leider ununtersucht bleiben musste, mit Hülfe der Inductionsweise wenigstens in Bezug auf den specifischen Widerstand einer Messung unterzogen würde.

Dieser Apparat dürfte überhaupt zum Untersuchen der Legirungen aller Art sehr geeignet erscheinen und vielleicht bessere Resultate zeigen als die zwar feinere Methode der Wheatstone'schen Brücke, welche aber für den zu untersuchenden Körper Drahtform vorschreibt. Die Inductionsweise erlaubt die Legirungen so zu messen, wie sie aus dem Tiegel hervorgehen und es müssten dann auch die Einflüsse, welche das Ziehen und Ausglühen auf die Struktur haben, verschwinden. Eingehende Untersuchungen gerade der Legirungen, welche bisher nicht in Draht verwandelt werden konnten, können als eine lohnende Aufgabe erscheinen und dürften uns ganz neue Perspectiven eröffnen.

Hannover, Phys. Lab. d. Kgl. Techn. Hochsch. Juli 1893.

ss
n-
e,
en
er-
s-
m
e,
en,
gi-
en
ad
3.

ss

6. Ueber Ausbreitungswiderstand und
Polarisation an Electroden von kleiner Oberfläche;
von K. R. Koch und A. Wüllner.

Durch die Bemerkungen von Hrn. Richarz¹⁾ zu unserer Abhandlung: „Ueber die galvanische Polarisation an kleinen Electroden“²⁾, sind wir veranlasst worden, die Frage näher zu untersuchen, wie stark bei kleinen Electroden sich der Ausbreitungswiderstand an den von uns beobachteten hohen Polarisationen betheiligt.

Wir hatten in unserer Arbeit constatirt, dass jene hohen Polarisationen (p), die wir electromotorisch an kleinen Electroden beobachtet hatten, aufgefasst werden können als zusammengesetzt 1. aus der constanten electromotorischen Gegenkraft der Polarisation (π) und 2. dem Producte eines Widerstandes (u) mit der Stromintensität (i) oder in einer Formel ausgedrückt, es ist $p = \pi + i u$.

Diesen Widerstand (u) interpretirt Hr. Richarz als blossen Ausbreitungswiderstand; wir haben uns seinerzeit jeder Hypothese über die Natur dieses Widerstandes enthalten und nur gelegentlich bemerkt, dass möglicherweise eine schlecht leitende Schicht, die sich um die Electrode bildet, an diesem Widerstande betheiligt sein könnte (l. c. p. 478), weil beim „Stromumschlag“ derselbe enorm wächst; damit dass wir ihn „Uebergangswiderstand“ genannt haben, sollte über seine Natur nichts ausgesagt werden, speciell war selbstverständlich nicht dabei an die historischre Bedeutung dieses Begriffes gedacht; die Bezeichnung erschien uns aber für einen Widerstand, dessen charakteristische Eigenschaft die ist, in unmittelbarer Umgebung der Electrode seinen Sitz zu haben, recht passend zu sein. Dass bei den geringen Dimensionen unserer Electroden ein Ausbreitungswiderstand ebenfalls einen gewissen Beitrag für das Zustandekommen der hohen Polarisation liefert, ist

1) Richarz, Wied. Ann. 47. p. 567. 1892.

2) Koch u. Wüllner, Wied. Ann. 45. p. 475 ff. 1892.

klar, dass derselbe jedoch eine solche Grösse besitzt, dass die ganze Erscheinung auf denselben zurückzuführen ist, muss bestritten werden; dies geht schon daraus hervor, dass derselbe bei höheren Stromstärken in der Nähe des Stromumschlages sehr stark zunimmt. Bei der Unmöglichkeit, den Ausbreitungswiderstand durch directe Messung zu bestimmen, ist man auf die Berechnung desselben angewiesen. Diese lässt sich, wie wir schon betont haben, für cylindrische Electroden nicht einwurfsfrei ausführen.¹⁾ Es lässt sich darum in dieser Weise bei cylindrischen Electroden wohl überhaupt nicht entscheiden,

ob die Ansicht von Hrn. Richarz oder die unsrige die richtigere ist. Wir haben deshalb bei der erneuten Untersuchung kreisförmige Electroden angewandt. Diese Electroden waren folgendermaassen hergestellt. Platindrähte wurden in gewöhnlicher Weise in ein Glasrohr eingeschmolzen, dann kurz am Glase abgeschnitten und nun soviel vom Glassfluss und Platindrähten abgeschliffen bis das Ende des Platindrähtes als kreisrunder Cylinderabschnitt in der abgeschliffenen Fläche erschien. Die beistehende Figur gibt eine Vorstellung von derselben; das Glasrohr wurde behufs Zuleitung des Stromes (wie früher) mit Quecksilber gefüllt. Für eine so gestaltete Electrode lässt sich der Ausbreitungswiderstand nach bekannter Formel berechnen.

Im allgemeinen verfahren wir bei diesen Beobachtungen so wie bei unserer früheren Untersuchung und sei hiermit in Bezug auf Methode und Anordnung auf die betreffenden Paragraphen unserer Arbeit (l. c. p. 480 ff.) verwiesen. Es bedeutet wieder wie früher p_a die Polarisation an der Anode, p_k die an der Kathode, $p = p_a + p_k$ die Gesamtpolarisation (alles in Volt), i die Stromstärke in Ampère, $2iw_a$ das doppelte Product aus Stromstärke in den Ausbreitungswiderstand.

1) Führt man unter vereinfachenden Voraussetzungen diese Berechnung aus, so kommt man bei gewissen beobachteten Grössen p in der Relation $\pi = p - 2iw_a$ auf negative Werthe von π .



I.

Schwefelsäurelösung 1 Proc. H_2SO_4 in 100 Lösung. Grösse der Electrode: Radius des Kreises = 0,235 mm, $k = 0,0499$, für $\vartheta = 19^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)	$p - 2 i w_a$
3,6	5,7	9,3	0,00907	4,0	5,3
5,0	6,7	11,7	0,01275	5,6	6,1
8,0	10,8	18,8	0,02120	9,2	9,6
11,2	15,2	26,4	0,02950	12,9	13,5
15,6	21,6	37,2	0,03780	16,5	20,7

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,55 mm.

$k = 0,0486$, für $\vartheta = 19^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)	$p - 2 i w_a$
6,40	7,04	13,44	0,04225	8,1	5,3
12,67	13,89	26,56	0,08280	15,9	10,7
20,80	23,10	43,90	0,13800	26,5	17,4
36,10	39,50	75,60	0,19500	37,4	38,2
47,00	52,10	99,10	0,24100	46,2	52,9

Grösse der Electrode: Radius des Kreises = 0,7 mm,

$k = 0,0486$, für $\vartheta = 19^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)	$p - 2 i w_a$
1,48	1,87	2,83	0,00542	0,8	2,0
1,84	2,28	4,12	0,01110	1,87	2,45
2,40	3,4	5,8	0,02115	3,2	2,60
3,5	6,0	9,5	0,04230	6,4	3,1
5,0	7,6	12,6	0,06365	9,6	3,0
6,5	9,1	15,6	0,08445	12,8	2,8
10,8	14,8	25,6	0,1383	20,8	4,8
14,55	20,94	35,5	0,1935	29,2	6,8
19,8	29,3	49,1	0,2490	37,5	11,6
26,55	41,45	68,0	0,3090	46,6	21,4

II.

Schwefelsäurelösung 10 Proc. H_2SO_4 in Lösung. Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,235 mm, $k = 0,04390$, für $\vartheta = 19^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)	$p - 2 i w_a$
2,86	1,99	4,85	0,0211	1,18	3,67
3,81	3,01	6,82	0,0422	2,36	4,46
4,71	3,94	8,65	0,06335	3,54	5,11
6,32	5,41	11,73	0,0851	4,76	7,00
9,80	7,74	17,54	0,121	6,78	10,76

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,55 mm.
 $k = 0,04390$, für $\vartheta = 19^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2i w_a$ (in Volt)	$p - 2i w_a$
2,17	2,16	4,88	0,04228	1,00	3,33
2,68	2,48	5,11	0,0633	1,51	3,60
2,78	2,68	5,46	0,0752	1,79	3,67
4,30	3,90	8,20	0,1380	3,29	4,91
5,62	5,46	11,08	0,2060	4,89	6,19
9,09	8,32	17,41	0,351	8,35	9,06
11,37	11,33	22,70	0,484	11,45	11,25

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,7 mm.
 $k = 0,04390$, für $\vartheta = 19^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2i w_a$ (in Volt)	$p - 2i w_a$
2,21	1,72	3,93	0,0423	0,79	3,14
2,29	1,93	4,22	0,0507	0,95	3,27
2,93	2,26	5,19	0,0839	1,58	3,60
3,65	3,03	6,68	0,1364	2,56	4,12
5,84	5,21	11,05	0,2760	5,19	5,86
7,85	6,94	14,29	0,389	7,90	7,00
9,29	9,50	18,79	0,522	9,80	9,00
10,57	11,05	21,62	0,601	11,29	10,33
11,95	13,07	25,02	0,677	12,72	12,30

III.

Schwefelsäurelösung 20 Proc. H_2SO_4 in 100 Lösung. Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,235 mm. $k = 0,04637$, für $\vartheta = 19,5^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2i w_a$ (in Volt)	$p - 2i w_a$
3,17	1,70	4,87	0,0256	0,88	4,00
3,79	2,27	6,06	0,0425	1,45	4,61
4,36	2,76	7,12	0,0592	2,03	5,09
5,27	3,76	9,03	0,0851	2,85	6,18
6,39	4,66	11,05	0,1107	3,79	7,26
9,59	6,42	16,01	0,1613	5,82	10,49

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,55 mm.
 $k = 0,04637$, für $\vartheta = 19,5^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2i w_a$ (in Volt)	$p - 2i w_a$
3,43	1,79	5,22	0,0878	1,28	3,94
5,09	3,60	8,69	0,1955	2,86	5,83
6,10	4,71	10,81	0,2778	4,05	6,76
7,85	7,32	15,17	0,4145	6,06	9,11
9,82	9,20	19,02	0,5474	8,01	11,01

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,7 mm.

 $k = 0,04637$, für $\vartheta = 19,5^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)	$p - 2 i w_a$
3,14	1,46	4,60	0,0845	0,97	3,63
3,97	2,69	6,60	0,1671	1,92	4,68
4,77	3,59	8,36	0,255	2,98	5,43
5,89	5,16	11,05	0,394	4,52	6,53
7,23	6,73	13,96	0,528	6,06	7,90
8,65	8,73	17,38	0,669	7,69	9,69

IV.

Schwefelsäurelösung 30 Proc. H_2SO_4 in 100 Lösung.

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,235 mm.

 $k = 0,04781$, für $\vartheta = 19^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)	$p - 2 i w_a$
3,34	1,22	4,56	0,0213	0,62	3,94
3,60	1,72	5,32	0,0385	0,97	4,45
4,06	2,04	6,10	0,05065	1,47	4,68
4,54	2,65	7,19	0,0760	2,21	4,98
5,40	3,45	8,85	0,0968	2,84	6,01
5,96	4,28	10,24	0,1243	3,68	6,56
7,46	5,12	12,58	0,1533	4,56	8,02

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,55 mm.

 $k = 0,04781$, für $\vartheta = 19^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)	$p - 2 i w_a$
3,22	1,60	4,82	0,08116	0,97	3,85
4,20	2,47	6,67	0,1676	2,00	4,67
4,79	3,50	8,29	0,2480	2,96	5,38
5,55	4,53	10,08	0,3311	3,95	6,13
6,38	5,50	11,88	0,4178	4,97	6,91
7,22	6,59	13,81	0,4998	5,96	7,85
8,17	7,97	16,14	0,5816	6,93	9,21

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,7 mm.
 $k = 0,04781$, für $\vartheta = 19^\circ$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)	$p - 2 i w_a$
3,05	1,19	4,24	0,0742	0,69	3,55
3,55	2,04	5,59	0,1367	1,27	4,32
4,12	2,38	6,50	0,207	1,93	4,57
4,48	3,28	7,76	0,275	2,58	5,18
4,90	3,86	8,76	0,3443	3,23	5,53
5,55	5,01	10,56	0,416	3,96	6,60
6,07	5,71	11,78	0,481	4,66	7,12
6,51	5,92	12,43	0,5495	5,37	7,06
7,10	6,69	13,79	0,6210	6,17	7,62
7,72	8,35	16,07	0,721	7,27	8,80
8,52	9,52	18,04	0,814	8,34	9,70

V.

Salpetersäurelösung 6,2 Proc. HNO_3 in 100 Lösung.
 Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,235 mm. $k = 0,04183$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)
3,50	3,78	7,28	0,0171	1,27
5,20	5,77	10,97	0,0339	2,52
7,05	7,92	14,97	0,0511	3,81
8,51	9,42	17,93	0,0627	4,68
11,31	12,42	23,73	0,0726	5,42

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,55 mm. $k = 0,04183$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)
15,52	14,57	30,09	0,825	16,60
19,86	17,91	37,87	0,392	20,00

VI.

Phosphorsäurelösung.

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,235 mm. $k = 0,04152$.

p_a (in Volt)	p_k (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2 i w_a$ (in Volt)
3,63	2,67	6,30	0,012875	1,85
5,31	4,89	10,40	0,0253	8,63
7,98	6,87	13,75	0,0379	5,43
9,16	6,95	16,11	0,0506	7,25
10,80	8,47	19,27	0,0627	8,98
12,34	8,55	20,89	0,0764	10,95
14,61	10,94	25,55	0,09665	18,85
20,87	12,17	33,04	0,0980	14,05

Phosphorsäurelösung.

Grösse der Electrode: Radius des Kreises 0,7 mm. $k = 0,0185$.

p_a (in Volt)	p_a (in Volt)	p (in Volt)	i (in Ampère)	$2iw_a$ (in Volt)
4,11	2,76	6,87	0,0599	2,38
6,50	6,19	12,69	0,11185	4,44
11,76	9,68	21,44	0,221	8,77
15,97	13,22	29,19	0,336	13,34
21,34	16,98	38,92	0,444	17,62

Zu diesen Beobachtungsdaten ist folgendes zu bemerken. Den in den Tabellen angegebenen Werthen von $2iw_a$ liegen Werthe von w_a zu Grunde, die für die Temperaturen berechnet sind, welche die Flüssigkeit des Electrodengefäßes zeigte. In der unmittelbaren Nähe der Electrode ist jedoch die Temperatur wesentlich höher — Schlierenbeobachtungen zeigen dieses — folglich werden die angegebenen Werthe von $2iw_a$ eher zu gross als zu klein sein; wenn nun die Differenz mit p also der Werth $p - 2iw_a$ trotzdem wesentlich grösser bleibt, als der Werth von π , so geht daraus offenbar hervor, dass der Ausbreitungswiderstand zur Erklärung der von uns beobachteten hohen Polarisationen nicht ausreicht. Die Werthe von $p - 2iw_a$ variiren nun aber zwischen ca. 2 Volt und 53 Volt; diejenigen Werthe die unter 3,8 Volt bez. unter 2,9 Volt nach früheren Annahmen (dem Werth der electromotorischen Gegenkraft der Polarisation) liegen, beweisen, da sie einen Widerspruch enthalten, dass die Annahme über die Grösse der Leistungsfähigkeit, die zur Berechnung von w_a gedient hat, unzutreffend war, d. h. dass w_a kleiner als angenommen, sein muss. Die Werthe von $p - 2iw_a$, die grösser sind als $\pi = 3,8$ dagegen beweisen, dass außer dem Ausbreitungswiderstand noch ein anderer Widerstand auftritt, über dessen Natur sich bisher nichts genaueres feststellen liess; möglich schiene es vielleicht, dass Gasbläschen an gewissen Stellen der Electrode hängen bleiben und dadurch die Electrodenfläche verkleinerten, die Constanz der Werthe von p und ihr regelmässiges Anwachsen spricht jedoch entschieden dagegen.

Vergleicht man die Werthe von p für kreisförmige Electroden mit den entsprechenden bei derselben Stromstärke an

cylindrischen erhaltenen (die Oberfläche sei beidemal dieselbe), so findet man die Werthe für die kreisförmigen grösser. Es scheint also die Grösse der Polarisation ausser von der Grösse auch von der Form der Electrode abhängig zu sein. Als Beispiel möge hier ein Versuch mit 10 Proc. H_2SO_4 seine Stelle finden.

VII.

A. Oberfläche der Electrode $1,56 \text{ mm}^2$.

<i>i</i> (Ampère)	<i>p</i> Volt	
	kreisförmig	cylindrisch
0,050	4,61	4,21
0,100	6,21	5,16
0,200	9,22	6,25
0,2996	12,65	7,26
0,410	15,76	8,41
0,503	18,88	9,32
0,615 ¹⁾	23,98	10,47

B. Oberfläche der Electrode $0,95 \text{ mm}^2$.

<i>i</i> (Ampère)	<i>p</i> Volt	
	kreisförmig	cylindrisch
0,050	4,97	4,78
0,1007	7,11	5,69
0,200	10,87	7,08
0,2993	15,32	8,65
0,4250	21,52	10,98
0,440	$p_h = 10,86^2)$	
0,480	$p_o = 12,03^3)$	11,84

C. Oberfläche der Electrode $0,17 \text{ mm}^2$.

<i>i</i> (Ampère)	<i>p</i> Volt	
	kreisförmig	cylindrisch
0,0246	5,58	5,45
0,0501	8,36	6,29
0,1003	13,74	8,61
0,1208 ⁴⁾	16,33	9,45

Wie die Beobachtungen in Salpetersäurelösungen (Tab. V) Phosphorsäurelösungen (Tab. VI) ergeben, findet hier die Er-

- 1) Grenzstrom für die kreisförmigen Electroden.
- 2) Grenzstrom für die Wasserstoffpolarisation.
- 3) Grenzstrom für die Sauerstoffpolarisation.
- 4) Grenzstrom für die kreisförmigen Electroden.

scheinung in derselben Weise statt, d. h. mit steigender Stromstärke stark wachsende Polarisation! Dies scheint uns darauf hinzuweisen, dass der auftretende Uebergangswiderstand nicht durch einen jedem Electrolyten speciell eigenthümlichen Körper hervorgerufen wird, sondern dass die Ursache mehr in allgemein bei der Polarisation auftretenden Umständen zu suchen sein wird. Es liegt demgemäss nahe, hierbei an eine Gas- oder Dampfschicht als Ursache des Widerstandes zu denken, doch scheint weder die eine noch die andere Annahme mit dem Verlauf des Wachsens der Polarisation, das doch immer *allmählich* geschieht, in Einklang zu bringen zu sein. Eine grosse Reihe in verschiedenster Weise angestellter Versuche um über die Natur dieses Widerstandes zur Klarheit zu kommen, hatte nur negativen Erfolg, sodass wir uns in Betreff der Natur des Widerstandes auf jene allgemeine erste Andeutung glauben beschränken zu müssen.

Aachen und Stuttgart, 25. April 1894.

*zu
für
cität
für
dies
die
als
die
zus*

**7. Experimentelle Beiträge zur Kenntniss
der dielectrischen Polarisation von Flüssigkeiten;
von B. W. Stankewitsch.**

(Aus den Sitzungsber. d. math.-physik. Kl. d. k. bayer. Akad.
d. Wissensch. 1894. Bd. 24. Heft I.)

(Für die Annalen bearbeitet vom Verfasser.)

Gegen das Ende der Sommerferien 1893 unternahm ich, der liebenswürdigen Erlaubniss des Hrn. v. Lommel gemäss, eine experimentelle Arbeit über dielectrische Polarisation in Flüssigkeiten im Physikalischen Institute der Universität München.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, den Hrn. v. Lommel und Grätz, sowie dem Hrn. Assistenten Fomm, für ihre Unterstützung im Laufe der Arbeit meinen besten Dank auszusprechen.

Es ist der Zweck dieser Arbeit:

I. Eine neue Modification der bekannten „Capacitätsmethode“ (unter Benutzung von Wechselströmen) vorzuschlagen, die gewisse Vortheile hat, nämlich: a) sie nimmt nur kleine Mengen von Substanzen in Anspruch und ist daher besonders für die Untersuchung seltener organischen Flüssigkeiten geeignet; b) sie gestattet nicht nur die Bestimmung der Dielectricitätsconstanten verschiedener Flüssigkeiten in Bezug auf Luft, sondern auch in Bezug auf einander, welcher Umstand ein werthvolles Mittel zur Controle der in Bezug auf Luft gefundenen Werthe von Dielectricitätsconstanten bietet.

II. Zu prüfen, ob nicht bei hinreichender Vervollkommnung der *mechanischen* Unterbrechung des zur Erzeugung von Wechselströmen benutzten primären Stromes (bei hinreichender Verkleinerung der Ladungsdauer des Condensators) *gute Resultate nach der Capacitätsmethode auch für diejenigen Flüssigkeiten zu bekommen sind, für welche sonst* (bei üblicher langsamer Unterbrechung) *nur die von den Hrn. Cohn und Arons vorgeschlagene Methode der Kraftmessung gültig ist*; diese Bemühungen blieben, wie aus dem Weiteren zu sehen ist, nicht ohne Erfolg: der

*für
sind
wür
bild
übe
mes
von
epi
der
ang
0,1
im
sind
ebe
für
0,0
Kup
weh
alle
die
zeit
Die
kan
und
den*

zu diesem Zwecke construirte Unterbrecher erlaubt mir sogar für den Alkohol (99 Proc.) den richtigen Werth der Dielectricitätsconstanten nach der Capacitätsmethode zu bekommen; nur für den wasserreicherem Alkohol (etwa 93 Proc.) sind die auf diese Weise ermittelten Werthe noch etwas zu gross; für die Flüssigkeiten, deren electrisches Leistungsvermögen kleiner als dasjenige des absoluten Alkohols ist, bekomme ich Werthe, die beinahe mit den von der Kraftmessungsmethode gelieferten zusammenfallen.

III. Speciell eine Reihe von Flüssigkeiten zu untersuchen, für welche die Dielectricitätsconstanten noch nicht bestimmt sind, und welche ihren optischen Eigenschaften nach merkwürdig sind: es sind *ätherische Oele*, die mit der Eigenschaft, die Polarisationsebene des Lichtes zu drehen, begabt sind.

A. Apparate.

I. Den wesentlichsten Theil meiner Versuchsanordnung bildet ein *Doppelcondensator*, bestehend aus drei horizontal über einander gelegten cylindrischen Kupferplatten (Durchmesser der Grundebenen = 15 cm, Höhe = 0,95 cm), die von einander mittels je drei sehr nahe gleich dicker parallelepipedischen Spiegelglasplättchen getrennt sind (die Dicken der Plättchen betragen: für das der oberen Zwischenschicht angehörige System 0,1630; 0,1628; 0,1634, *im Mittel also* 0,1631 cm; für das andere System 0,1635; 0,1632; 0,1631, *im Mittel also* 0,1633 cm); die Grundflächen dieser Plättchen sind klein im Verhältnisse zu dem Flächeninhalt der Grundebenen von Kupferplatten (die gesammte Grundflächengrösse für je ein System von drei Glasplättchen macht ungefähr den 0,0037ten Theil des Flächeninhaltes der Grundebene einer Kupferplatte aus). Von den zwei dünnen Zwischenschichten, welche die Kupferplatten trennen, wird entweder die *obere* allein mit einer Flüssigkeit gefüllt (zur Bestimmung der D.C. dieser Flüssigkeit in Bezug auf Luft), oder die beiden gleichzeitig mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten (Controle-Versuche). Die Idee, solche capillare Lamellen herzustellen, gehört bekanntlich Hrn. Christiansen (Wied. Ann., 14. p. 28. 1881), und ist schon öfters von mehreren Forschern zur Bestimmung der relativen Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten benutzt.

Jedoch geschieht bei meinen Versuchen die Füllung von Zwischenschichten nicht nach der von Hrn. Christiansen vorgeschlagenen Weise, sondern es werden die horizontal verlaufenden Spitzen von Trichterröhren *von der Seite aus* in die Zwischenschichten eingesteckt.

Der Doppelcondensator ist von einer zur Erde abgeleiteten metallischen „Schutzhülle“ umgeben. Dieselbe ist aus einer 28 cm hohen und 26 cm breiten Glasglocke hergestellt, deren innere Fläche mit einem Netzwerke aus Stanniolstreichen belegt ist; die Glocke ruht auf einem ebenfalls mit Stanniol bedeckten Brett, auf welchem auch die untere Kupferplatte liegt (sie bleibt auch *stets* mit der Erde leitend verbunden). Das Brett ist von einem Gestell mit drei Fussschrauben, welches das horizontale Einstellen der Kupferplatten gestattet, getragen. Die Trichterröhe, sowie Zuleitungsdrähte zu den Kupferplatten gehen durch Löcher, welche durch die Glocke durchgebohrt sind, (die Zuleitungsdrähte durch Paraffinpropfen).

II. Zur Messung der Potentiale dient ein Mascart'sches Electrometer in „Doppelschaltung“¹⁾ unter Benutzung einer etwa 30 cm hohen *unifilar*en Suspension der Nadel mittels dünnen Platindrahtes und bei Beseitigung der Flüssigkeitsdämpfung (das Stäbchen, welches die Nadel trägt, berührt *nicht* die Schwefelsäure: letztere dient also ausschliesslich zur Beseitigung der Feuchtigkeit im Innern des Electrometergehäuses). Unifilare Suspension, sowie Beseitigung der Flüssigkeitsdämpfung sind nämlich, wie Hallwachs gezeigt hat (l. c.), für die Festigkeit des „Nullpunktes“ und überhaupt für das regelmässige Functioniren des Eletrometers von sehr grosser Wichtigkeit. Unter diesen Umständen ist die Schwingungsdauer der Nadel gleich 3,96 sec.; das Verhältniss der Directionskraft des Platindrahtes zu dem Trägheitsmomenten der Nadel beträgt also 0,63 sec.⁻². Es ist aus diesen Zahlen ersichtlich, dass die Empfindlichkeit meines Electrometers verhältnissmässig klein ist. Dies bildet aber für mich keinen Uebelstand, weil ich mit hohen Potentialen zu thun habe; indessen hat die kleine Empfindlichkeit den Vortheil, den Nullpunkt fast absolut fest zu machen (wegen grosser Directionskraft des Platinfadens). Das logarithmische Decrement

1) Hallwachs, Wied. Ann. 29. p. 1. 1886.

der Nadelschwingungen ist gleich 0,0396 (Luftdämpfung). Die Beobachtungen am Electrometer geschehen mittels Scala und Fernrohr (Abstand des Spiegels von der Scala = 294 cm).

Es sei das eine Quadrantenpaar sowie das Electrometergehäuse mit der Erde, das andere Quadrantenpaar und die Nadel mit einander und mit einer Quelle von *constantem* Potentiale = v verbunden (Doppelschaltung), dann ist, wie Hallwachs gezeigt hat, der Ausschlag gleich

$$\alpha = a v^2 + b v + c. \quad (1)$$

Hier bedeutet α die (auf Proportionalität mit den Bögen) „reducirte“ Zahl der Scalentheile. a , b , c sind Constanten, von denen c *immer* sehr klein ist: es ist nämlich c dem *Producte* der beiden kleinen Hallwachs'schen Constanten

$$\frac{N}{Q} \text{ und } q_{12}$$

(l. c., p. 3—5) proportional. Bei praktischen Anwendungen der Formel (1) kann immer c vernachlässigt werden: diese Constante hat nur theoretische Bedeutung (indem sie zur Bestimmung der theoretischen Constanten q_{12} dient); ihr Werth kann nur mittels der, so zu sagen „mikrometrischen“ Methode bestimmt werden, welche von Hallwachs vorgeschlagen ist (l. c., p. 13—15).

Es sei nun v kein constantes, sondern ein periodisch (mit voller Periode = τ) oscillirendes Potential, und zwar derart, dass

$$\int_0^\tau v dt = 0$$

ist. Diese Eigenschaft kommt bekanntlich dem Potentiale am isolirten Ende der Secundärrolle eines Inductoriums zu, wenn das andere Ende der Rolle mit der Erde verbunden ist und in derselben electrische Schwingungen stattfinden.

Wenn wir das Electrometer in Doppelschaltung mit dem erwähnten isolirten Pole verbinden, so muss der Ausschlag, wie einfache Betrachtungen zeigen, gleich sein

$$\alpha = a \cdot \int_0^\tau \frac{1}{\tau} v^2 dt.$$

Dass heisst: bei Anwendung der Doppelschaltung zur Energiemessung von Wechselströmen ist der Ausschlag von

der Constanten b unabhängig (c aber ist einfach vernachlässigt worden). Für diesen Fall gilt also anstatt (1) eine einfachere Formel

$$(2) \quad \alpha = aw^2,$$

wo w^2 das mittlere Quadrat des oscillirenden Potentials v bedeutet. Natürlich wird dabei vorausgesetzt, dass τ gegen die Periode der Eigenschwingungen der Electrometernadel sehr klein ist.

Es ist auch weiter zu bemerken, dass die Existenz der Formel (2) diejenige der Formel (1) voraussetzt; letztere besteht aber nur bei richtiger Orientirung der Electrometernadel gegen die Quadranten.

Zur Prüfung der Formel (1) habe ich eine grosse Anzahl von Vorversuchen angestellt: das Electrometer wurde mittels einer grossen Accumulatorenbatterie „calibrirt“. Die Calibrirung hat ergeben, dass die Formel (1) bei Aenderung von v und α innerhalb sehr weiter Grenzen streng richtig war.

III. Ein in der soeben erwähnten Weise oscillirendes Potential liefert bei meinen Versuchen ein Inductorium, dessen secundäre Rolle die Länge = 31 cm und den Durchmesser = 11 cm, bei dem Widerstände = 411 S.-E., hat. Der primäre Strom ist von einem Grove-Elemente geliefert; der äussere Widerstand der primären Kette kann mittels eines eingeschalteten Rheostaten variiert werden; diese Variationen finden in den Grenzen von etwa 10 bis etwa 30 Ohm statt.

Als Unterbrecher wurde im Anfange der Arbeit das eine Rad eines Buff'schen Disjunctors (Durchmesser = 5,15 cm) mit einer auf ihm federnd schleifenden Bürste aus feinen Kupferdrähten benutzt. Es ist derselbe Unterbrecher, welcher Hrn. Dr. Franke bei seiner Untersuchung über die Abhängigkeit der Dielectricitätsconstanten flüssiger Körper von der Temperatur diente.¹⁾ Dieser Unterbrecher (ich will ihn „Unterbrecher Nr. I“ nennen) liefert acht Unterbrechungen bei einer Umdrehung des Rades; wenn also das Rad n Umdrehungen

1) Franke, Inauguraldissertation, Bunzlau 1898; Wied. Ann. 50. p. 163. 1898.

in einer Secunde macht, so ist die *volle* Periode der Oscillationen von v auf dem isolirten Pole des Inductoriums gleich

$$\tau = \frac{1}{8n} \text{ sec};$$

die *Ladungszeit* aber eines mit diesem Pole verbundenen Condensators beträgt

$$(o) \quad \frac{\tau}{2} = \frac{1}{16 \cdot n} \text{ sec.}$$

Die Berechnung der Ladungsdauer nach der Formel (o) setzt voraus, dass die Bürste *stets dicht am Rande liegt*. Das kann aber natürlich durchaus nicht bei einer beliebigen Rotationsgeschwindigkeit des Rades der Fall sein: bei grossen Geschwindigkeiten findet ganz sicher das Ueberspringen der Bürste statt, und dann wird die Formel (o) nicht mehr richtig; das kann zweifellos aus Messungen der Dielectricitäts-constanten von *gut leitenden* Flüssigkeiten geschlossen werden, wie es weiter unten ausführlich besprochen wird. Und zwar ist es selbstverständlich, dass beim Ueberspringen der Bürste die Formel (o) nur zu *kleine* Werthe für die Ladungsdauer geben kann.

Es kann also nur bis auf eine gewisse Grenze vortheilhaft sein, die Rotationsgeschwindigkeit eines derartigen Unterbrechers zu vergrössern; nach dem Ueberschreiten dieser Grenze kann, wegen der Eigenschwingungen der Bürste, sogar die *Zunahme* der Ladungsdauer bei Vergrösserung der Geschwindigkeit eintreten.

Nachdem solches Verhalten des Unterbrechers Nr. I aus den Versuchsergebnissen festgestellt war, wurde ein neuer Unterbrecher construit, welchen ich „Unterbrecher Nr. II“ nennen werde. Der Unterbrecher Nr. II liefert 120 Unterbrechungen bei *einer* Umdrehung; bei n Umdrehungen in der Secunde kann also die Ladungsdauer auf

$$(Q) \quad \frac{\tau}{2} = \frac{1}{240 \cdot n} \text{ sec}$$

herabgesetzt werden, wenn nur n eine gewisse obere Grenze nicht überschreitet,

Bei einer mässigen Rotationsgeschwindigkeit, die in den Grenzen

$$\text{von } n = 10 \text{ bis } n = 16$$

liegt, gibt der Unterbrecher Nr. II sehr gute Resultate.

Der Unterbrecher Nr. II hat folgende Dimensionen: Durchmesser des Rades = 18,8 cm; seine Breite an der Peripherie = 1,49 cm; Länge je eines metallischen resp. isolirenden Streifchens (die nämlich Schliessungen resp. Unterbrechungen des primären Stromes besorgen) = 0,2 cm (das ist die Dimension eines Streifchens in der Richtung der Peripherie des Rades); die Breite dieser Streifchen (d. h. die der Rotationsaxe des Rades parallele Dimension) ist gleich der Breite des Rades an seiner Peripherie. Wegen kleiner Länge der Streifchen konnte natürlich eine aus feinen Drähten bestehende Bürste nicht mehr benutzt werden; statt dieser wurde ein dünnes 1 cm breites Kupferstreifchen angebracht, welches am Ende fein abgeschliffen und mit sieben Zähnen versehen ist; das Streifchen ist von einer Stahlfeder getragen, und sein fein abgeschliffenes Ende trifft die Peripherie des Rades unter dem Winkel von etwa 45°.

Die Räder der beiden benutzten Unterbrecher wurden durch eine Hefner-Alteneck'sche Maschine getrieben; die Maschine von zwei bis fünf grossen Accumulatoren gespeist; kleinere Änderungen der Rotationsgeschwindigkeit wurden durch Änderungen in einem eingeschalteten Widerstande erzielt.

Die Rotationsgeschwindigkeit der Unterbrecherräder wird mittels eines Tourenzählers und einer Secundenuhr bestimmt.

Da es meine Absicht war, die Versuche bei einer Reihe von ziemlich verschiedenen Ladungszeiten anzustellen, war es für mich von Wichtigkeit, auch sehr langsame electriche Schwingungen zur Verfügung zu haben. Die beiden Unterbrecher konnten mich aber in dieser Hinsicht *nicht* befriedigen: bei sehr kleinen Rotationsgeschwindigkeiten functioniren sie gar nicht regelmässig (wegen der unter diesen Umständen zu geringen Trägheit der Räder). Dann habe ich, nach dem Rathe des Hrn. Fomm, eine kleine Hauptschlussmaschine (bezogen von der Anstalt der allgemeinen Electricitätsgesellschaft zu Berlin Nr. 2839) zur Erzeugung des oscillirenden *primären* Stromes benutzt, indem dieselbe in eine Wechselstrommaschine dadurch verwandelt worden ist, dass von zwei gegenüberliegenden Collectorstreifchen durch Bürsten stetig der Strom abgenommen wurde. Die Resultate erwiesen sich als sehr

gut: wenn die Maschine von 30 Accumulatoren gespeist ist, macht der Gramme'sche Ring von 4,5 bis 7 Umdrehungen in einer Secunde; der von der Maschine für das Inductorium gelieferte *primäre* Strom bietet von 9 bis 14 *Wechsel der Richtung* in einer Secunde, und die vom *secundären* Strome bedingte Ladungsdauer des Condensators beträgt

von $\frac{1}{14}$ bis $\frac{1}{9}$ sec.

Dabei sind aber die Schwingungen der die Energie des *secundären* Stromes messenden Electrometernadel *merkwürdig regelmässig*, und die Berechnung einer Gleichgewichtslage aus Umkehrpunkten gibt eine auffallende Genauigkeit: öfters kommt es vor, dass die vier aus fünf Umkehrpunkten berechneten Gleichgewichtslagen *bis auf ein Zehntel eines Scalentheiles übereinstimmen*, und zwar bei grossen Schwingungsamplituden. Indessen, wie aus den weiter unten mitgetheilten Zahlen ersichtlich ist, bekommt man unter Anwendung der Wechselstrommaschine für die Dielectricitätsconstanten von *gut isolirenden* Flüssigkeiten sehr nahe richtige Werthe. Ich kann also die Anwendung dieser Maschine als ein sehr elegantes Mittel zur Untersuchung der dielectrischen Polarisation in *gut isolirenden* Substanzen empfehlen.

Beinahe ebenso regelmässig sind die Schwingungen der Electrometernadel bei Anwendung des Unterbrechers Nr. II, *wenn nur* die Rotationsgeschwindigkeit innerhalb der oben mitgetheilten Grenzen liegt.

Was den Unterbrecher Nr. I betrifft, so functionirte er überhaupt bei weitem nicht so regelmässig wie der Unterbrecher Nr. II. Dieser Umstand ist selbstverständlich dem kleineren Schwunge eines Rades zuzuschreiben. Der Unterbrecher Nr. I wurde von mir nur im Anfange der Arbeit benutzt, später aber ganz verlassen.

IV. Zur Herstellung von verschiedenen Verbindungen zwischen dem Doppelcondensator, dem Electrometer und dem Inductorium dient mir ein Commutator aus Paraffin. Der selbe gestattet:

1. Die obere und mittlere Platte des Doppelcondensators sowie das Electrometer zur Erde abzuleiten (die untere Platte, wie schon erwähnt, bleibt *stets* mit der Erde verbunden);

2. die obere Platte mit dem isolirten Pole des Inductoriums (der andere Pol stets zur Erde abgeleitet) und gleichzeitig die mittlere Platte mit dem Electrometer in Verbindung zu setzen;

3. das Electrometer allein mit dem erwähnten freien Pole des Inductoriums zu verbinden;

4. das Electrometer mit der oberen Platte und mit dem Inductorium zu verbinden, indem die mittlere Platte isolirt bleibt (NB.: die Anordnung für diese letzte Combination wurde nur bei den Vorversuchen benutzt; da sie sich als nicht nöthig erwiesen hat, wurde sie später beseitigt).

Alle Verbindungen sind mittels sehr dünner Messingdrähte hergestellt; zur Unterstützung derselben sind paraffinierte Glasstäbchen und Seidenfäden benutzt.

B. Messungsverfahren.

Nennen wir die obere Zwischenschicht des Doppelcondensators — „Schicht Nr. 1“, die untere — „Schicht Nr. 2“.

Nehmen wir weiter die Capacität des aus der oberen und mittleren Kupferplatte bestehenden Condensators, wenn die Luft die betreffende Zwischenschicht füllt, als Einheiten der Capacitäten an, dann ist die Capacität des von der mittleren und unteren Platte gebildeten Luftcondensators auch (sehr nahe: vgl. oben) gleich Eins. Wenn aber die Schichten Nr. 1 und 2 mit Flüssigkeiten von Dielectricitätsconstanten δ_1 resp. δ_2 erfüllt sind, so sind die Capacitäten der beiden Condensatoren gleich δ_1 bez. δ_2 .

Es sei noch γ die als constant vermutete Capacität des Electrometers in Doppelschaltung + der Capacität des Paraffincommutators + der Capacität sämtlicher Zuleitungsdrähte.

Es seien jetzt die beiden Zwischenschichten mit Flüssigkeiten (δ_1 und δ_2) gefüllt; alle Platten und Electrometer seien zunächst mit der Erde verbunden, dann aber Electrometer und mittlere Platte isolirt und miteinander verbunden, während die obere Platte bis auf das Potential = V geladen wird. Dann bekommt die mittlere Platte ein kleines Potential = v , welches am Electrometer gemessen wird. Wenn wir nun annehmen, dass die beiden Flüssigkeiten und alle benutzten

isolirenden Stützen vollkommene Isolatoren seien, so muss offenbar die Gleichung

$$\delta_1(V - v) = \delta_2 v + \gamma v,$$

oder

$$(3) \quad (V/v) - 1 = (\delta_2 + \gamma)/\delta_1$$

bestehen.

Natürlich kann unsere Voraussetzung in Wirklichkeit *nie in ganzer Strenge* erfüllt werden. Man kann indess annehmen, dass diesem ideellen Falle um so mehr genähert wird, je kleiner die Ladungsdauer ausfällt. Darauf beruht die Anwendung von Wechselströmen zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten; die Vermuthung wird von der Erfahrung bestätigt.

Es sei die obere Platte mit dem freien Pole eines Inductoriums, in welchem sehr rasche electrische Schwingungen vor sich gehen, verbunden; die mittlere Platte aber isolirt und mit einem Electrometer in Doppelschaltung verbunden.

Das Potential der oberen Platte V ist dann eine periodische Function der Zeit t mit einer sehr kleinen Periode $= \tau$.

Es sei v das Potential der mittleren Platte zur Zeit t .

Da τ sehr klein ist, kann die Gleichung (3) als in jedem Augenblicke bestehend betrachtet werden. Das heisst: das Verhältniss

$$V:v$$

kann als von t unabhängig betrachtet werden.

Wenn wir also

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} V^2 dt = W^2$$

und

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} v^2 dt = w^2$$

setzen, so wird:

$$V:v = \text{const.} = W:w,$$

und anstatt der Gleichung (3) wird die folgende bestehen:

$$(4) \quad (W/w) - 1 = (\delta_2 + \gamma)/\delta_1.$$

Auf unvollkommene Isolatoren angewandt gilt die Gleichung (4) nur angenähert; der oben ausgesprochenen Vermuthung gemäss ist aber die Annäherung um so grösser, je kleiner τ gemacht wird.

Die Grösse w ist nun unmittelbar durch das mit der mittleren Platte verbundene Electrometer gegeben; und zwar kann sie nach der Gleichung (2) (Abschnitt A, Artikel II) aus dem Werthe des Ausschlages a berechnet werden.

Die Berechnung von W geschieht ganz einfach im Falle, wo die zwei folgenden Voraussetzungen berechtigt sind: 1. dass die „electrostatische Capacität“ der secundären Rolle des Inductoriums sehr gross gegen die von uns angenommene Capacitätseinheit erscheint; 2. dass die electrichen Schwingungen im Inductorium ganz regelmässig vor sich gehen und keine merkliche Änderung während der zu den weiter beschriebenen Manipulationen nöthigen Zeit erfahren.

Nehmen wir für einen Augenblick an, dass die beiden Voraussetzungen erfüllt seien; dann verfahren wir folgendermaassen:

Nachdem der Ausschlag a bestimmt ist, trennen wir sowohl das Electrometer als auch das Inductorium von unserem Doppelcondensator ab und verbinden sie miteinander. Dann entspricht offenbar der neue Ausschlag A der Nadel dem Potentiale W , d. h. es besteht dann die Gleichung

$$A = \alpha \cdot W^2.$$

In diesem Falle ist also

$$W : w = \sqrt{A} : \sqrt{\alpha},$$

und die Gleichung (4) wird zu

$$(5) \quad (\sqrt{A} : \sqrt{\alpha}) - 1 = (\delta_2 + \gamma) : \delta_1.$$

Wenn aber die *erste* von den oben erwähnten Voraussetzungen *nicht* berechtigt ist, so kann die „electrostatische Capacität“ des Inductoriums experimentell bestimmt und ihr Werth in der von uns angenommenen Einheit angegeben werden. Dann kann man, jedoch unter der Annahme, dass die zweite von jenen Voraussetzungen dennoch richtig ist, das oben beschriebene Verfahren noch anwenden; nur die Formeln

werden in diesem Falle ein wenig complicirter, indem die „electrostatische Capacität“ des Inductoriums in die Gleichungen eintritt. Diese complicirteren Formeln theile ich nicht mit, weil bei meinen Versuchen die erste Voraussetzung so nahe erfüllt war, dass die „electrostatische Capacität“ des Inductoriums wegen ihrer Grösse gegen die oben angenommene Capacitätseinheit nicht geschätzt werden konnte. Beim Anfange der Arbeit habe ich mehrmals versucht, diese Capacität zu bestimmen, indem ich folgendermaassen verfuhr: Ich bestimmte den Ausschlag des Electrometers bei der im Abschnitte A, Artikel IV, unter 3. bezeichneten Verbindung; dann wurde auf die unter 4. bezeichnete Verbindung commutirt und der Ausschlag von neuem bestimmt; dabei hat sich aber bei einer ziemlich grossen Anzahl derartiger Versuche kein Unterschied zwischen den Grössen der beiden Ausschläge ergeben. Deshalb betrachte ich es als berechtigt, das oben mitgetheilte vereinfachte Verfahren anzuwenden und zur Berechnung der Versuchsergebnisse die Formel (5) zu benutzen. Was aber die zweite der oben erwähnten Voraussetzungen betrifft, so konnte sie bei meinen Versuchen nur ausnahmsweise, in durchaus seltenen Fällen, nicht erfüllt sein. Die Bürgschaft dafür ist *erstens* die grosse Regelmässigkeit des Functionirens der Wechselstrommaschine und der beiden Unterbrecher (bei passenden Rotationssgeschwindigkeiten), welche Regelmässigkeit aus dem Verhalten der Ausschläge der Electrometeradel wohl erkennbar ist; *zweitens* aber auch die gute Uebereinstimmung zwischen den Ergebnissen einzelner Beobachtungen. Und zwar ist die Regelmässigkeit am grössten bei der Wechselstrommaschine, dann beim Unterbrecher Nr. II. Dem Unterbrecher Nr. I kommt in dieser Hinsicht die letzte Stelle zu.

Mein Verfahren besteht also im Folgenden:

I. Ich beginne mit der im Abschnitt A, Artikel IV unter 1. bezeichneten Verbindung, um die Möglichkeit zufälliger Electrisirung der Platten und des Electrometers beim Anfange des Versuches auszuschliessen;

II. dann commutire ich auf die Verbindung, welche unter 2. angedeutet ist, und bestimme den Ausschlag α ;

III. schliesslich commutire ich auf die unter 3. bezeichnete Verbindung und bestimme den Ausschlag A .

Um die ganze Manipulation möglichst kurz zu machen, was von grosser Wichtigkeit ist, werden die Gleichgewichtslagen aus Schwingungen bestimmt, nämlich aus drei oder fünf Umkehrpunkten; für die Verkürzung der Dauer des Verfahrens ist der Umstand sehr günstig, dass die Schwingungen der Nadel meines Electrometers sehr rasch sind (vgl. oben). Das Abwarten des Eintretens der thatsächlichen Ruhe der Nadel raubt sehr viel Zeit, da die Luftpumfung nur gering ist (vgl. oben), und kann deshalb gar nicht empfohlen werden. Zur Erleichterung der Berechnung von Gleichgewichtslagen aus Umkehrpunkten habe ich eine Hülfstabelle construirt.

Die Berechnung von Versuchsergebnissen geschieht nach der Formel (5). Dass die Berechnung, wenn sie sich auf leitende Flüssigkeiten und dabei auf langsame electrische Schwingungen bezieht, nur ganz illusorische Werthe für die Dielectricitätsconstanten geben kann, liegt auf der Hand. Aber ich habe mir, wie oben schon erwähnt ist, die Aufgabe gestellt, zu prüfen, ob nicht diese Werthe, bei Abnahme der Ladungsdauer $\tau/2$, sich asymptotisch einer festen unteren Grenze nähern.

Kehren wir zur Gleichung (5) zurück. Wenn die beiden Zwischenschichten des Doppelcondensators mit Luft erfüllt sind, kommt dieser Gleichung folgende Gestalt zu:

$$(6) \quad \sqrt{A} : \sqrt{\alpha} = 2 + \gamma.$$

Wie aus (6) erhellt, geben die Versuche mit der Luft in den beiden Zwischenschichten unmittelbar den Werth der Constanten γ .

Wenn nun die Schicht Nr. 1 mit einer Flüssigkeit (von der D. C. = δ_1) erfüllt ist, die Schicht Nr. 2 dagegen mit Luft, so verwandelt sich die Gleichung (5) in

$$(7) \quad (\sqrt{A} : \sqrt{\alpha}) - 1 = (1 + \gamma) : \delta_1.$$

Derartige Versuche können also zur Bestimmung der Dielectricitätskonstante einer Flüssigkeit in Bezug auf Luft dienen, wenn der Werth von γ aus Vorversuchen bekannt ist.

Endlich können Versuche mit zwei Flüssigkeiten (Gleichung (5)) als *Controllversuche* dienen.

C. Ergebnisse.

Wegen der grossen Wichtigkeit einer möglichst genauen Kenntniß des Werthes von γ wurde zur Ermittelung desselben eine ziemlich grosse Anzahl Versuche angestellt.

Es möge das Protokoll einer derartigen Versuchsreihe mitgetheilt werden:

Unterbrecher Nr. II.

Die Rotationsgeschwindigkeit entspricht 10 Umdrehungen in 1 Sekunde.

<i>A</i>	<i>a</i>	$\sqrt{A} : \sqrt{a}$	<i>r</i>
210,4	30,5	2,63	0,63
200	28,7	2,64	0,64
205,3	29,3	2,65	0,65
209,4	30,2	2,68	0,68

Der Widerstand der primären Kette ist vergrössert.

A	a	$\sqrt{A} : \sqrt{a}$	γ
116,1	16,8	2,63	0,63
115	16,5	2,64	0,64

Mittel (aus 6 Versuchen): $\gamma = 0,64$.

Endgültige Resultate:

aus Versuchen mit

Unterbrecher Nr. II

Unterbrecher Nr. I

$\gamma = 0,63$ (Mittel aus 117 Vers.) $\gamma = 0,65$ (Mittel aus 30 Vers.)

Wechselstrommaschine

$\gamma = 0.66$ (Mittel aus 98 Versuchen).

Dabei wurden fast immer die mässigen Rotationsgeschwindigkeiten der beiden Unterbrecher benutzt (welche Geschwindigkeiten, wie schon erwähnt, dem regelmässigsten Functioniren der Unterbrecher entsprechen). Trotz einer grossen Anzahl von Beobachtungen konnte eine Abhängigkeit der Grösse γ von der Höhe der benutzten Potentiale (von der Grösse A) nicht nachgewiesen werden. Auf eine solche Abhängigkeit deutet Hr. Arons bei dem von ihm benutzten Mascart'schen Electrometer hin.¹⁾ Uebrigens variirten bei meinen Versuchen die Potentiale innerhalb *nicht so weiter* Grenzen, wie es bei Hrn. Arons der Fall war. Dann aber weist auch eine solche Abhängigkeit auf einen Mangel an Symmetrie im Electrometer hin, was bei meinem Electrometer ausgeschlossen war, wie die Calibrirung desselben erwies (vgl. oben).

1) Arons, Wied. Ann. 35. p. 294—295. 1888.

Was die Verschiedenheit der Werthe von γ bei verschiedenen Ladungsdauern betrifft (vgl. die oben angeführten Zahlen) so zeigen sie eine Gesetzmässigkeit (je kleiner die Ladungsdauer ist, desto kleiner fällt auch γ aus), wie sie wohl erklärbar zu sein scheint: es muss zu der *wahren* Capacität des Electrometers und der Zuleitungen (d. h. derjenigen Capacität, welche einer vollkommenen Isolation entsprechen würde) noch eine *scheinbare* hinzukommen, welche von der oberflächlichen Leitung der Seidenfäden und Unterstützungsstäbchen herrührt; es ist aber sehr wohl denkbar, dass die von Isolationsmangel herrührenden Electricitätsverluste (also auch die *scheinbare* Capacität) desto grösser sind, je länger die Ladungsdauer ausfällt; bei den ziemlich grossen Unterschieden in der Ladungsdauer, wie es bei den drei erwähnten Versuchsreihen der Fall war, können vielleicht diese Unterschiede einen wahrnehmbaren Einfluss auf das Resultat ausüben.

Jedenfalls kann die Verschiedenheit der Werthe von γ bei verschiedener Ladungsdauer nur einen kleinen Einfluss auf die Werthe der Dielectricitätsconstanten haben, nämlich: bei Berechnung dieser Werthe wird *nicht γ selbst*, sondern $1 + \gamma$ benutzt (vgl. Gleichung (7)). Es kann also dieser Einfluss *höchstens* durch 1,8 Proc. der Grösse einer zu bestimmenden Dielectricitätskonstante dargestellt werden.

Doch halte ich es für *nothwendig*, bei der Berechnung einer Dielectricitätskonstante immer denjenigen von den oben mitgetheilten Werthen von γ zu benutzen, welcher zur zugehörigen Unterbrechungsart gehört.

Jetzt theile ich die bei den Versuchen mit verschiedenen Flüssigkeiten erhaltenen Resultate mit. Die Versuche beziehen sich auf gewöhnliche Zimmertemperatur, die etwa zwischen 17° und 20° schwankte. Bei zähen Flüssigkeiten wurde der Durchfluss durch die dünnen Trichterröhren (bei Füllung von Zwischenschichten des Doppelcondensators) durch Ausübung eines Luftdruckes beschleunigt.

Die weiter unten mitgetheilten Werthe der Ladungsdauer $\tau/2$ wurden nach den Formeln (ω) und (Ω) (Abschnitt A. Art. III) berechnet; aus dem oben erörterten Grunde wird diesem Werthen keine absolute Genauigkeit zugeschrieben: es handelt sich nur um eine ungefähre Schätzung der Ladungsdauer.

folge

lung

keite
Lad
frisc

3,3

Ich lasse das Protokoll einer der Beobachtungsreihen folgen:

Oleum sassafras verum.

Unterbrecher Nr. II.

	$\frac{r}{2}$	$\frac{1}{2400} \cdot \sqrt{A} : \sqrt{\alpha}$
253,5	106,4	1,544
260,5	109,1	1,545
248	104,4	1,542
253,3	106,1	1,545
258,2	107,8	1,548
251	105	1,546
253,1	105,7	1,547

$$\text{Mittel (aus 7 Vers.): } \sqrt{A} : \sqrt{\alpha} = 1,545.$$

Die andere Reihe (aus 10 Vers.; nach einer neuen Füllung der Schicht Nr. 1) hat im Mittel ergeben:

$$\sqrt{A} : \sqrt{\alpha} = 1,547.$$

$$\text{Hauptmittel (aus 17 Vers.): } 1,546.$$

Hieraus ergibt sich

$$\delta = \frac{1,63}{0,546} = 2,98.$$

Ueberhaupt wurden mit *jeder* der untersuchten Flüssigkeiten *mindestens* zwei Versuchsreihen bei *jeder* der benutzten Ladungsdauer angestellt; *jede* Reihe bezieht sich auf eine *frische* Füllung.

Endgültige Resultate.

A. Schlecht leitende Flüssigkeiten.

I. Benzol.

Dicht. = 0,879 bei 19°.

Unterbrecher Nr. I

$$\delta = 2,11 \left(\frac{r}{2} = \frac{1}{2600} \right) \quad \delta = 2,17 \left(\frac{r}{3} \text{ von } \frac{1}{160} \text{ bis } \frac{1}{320} \right)$$

(aus 20 Vers.)

(aus 30 Vers.)

Wechselstrommaschine

$$\delta = 2,18 \left(\frac{r}{2} = \frac{1}{12} \right).$$

(aus 50 Vers.)

Man sieht, dass die Wechselstrommaschine einen bis auf 3,9 Proc. richtigen Werth liefert hat.

Die von anderen Forschern gefundenen Werthe sind: 2,198 (Silow); 2,43 (Winkelmann); 2,18 (bei 20° C.) (Negreano); 1,948 (Donle); 1,766 (Ladungsdauer = 1 Secunde) (G. Weber); 2,207 (Ladungsdauer = 1/8,33 [Sec.]) (G. Weber); 2,17 (Tshegläjew).

II. Oliv en öl (käufliches).

Dicht. = 0.9158 bei 18° C.

Unterbrecher Nr. II Wechselstrommaschine

$$\delta = 2,81 \left(\frac{r}{2} = \frac{1}{2700} \right) \quad \text{(aus 25 Vers.)}$$

Der Unterschied beträgt nur 1.8 Proc.

Die von anderen Forschern gefundenen Werthe sind: 3.08 (Arons und Rubens); 3.16 (Hopkinsön).

Die bedeutenden Unterschiede sind wahrscheinlich dem Umstände zuzuschreiben, dass Olivenöl keine chemisch definierbare Substanz ist, und verschiedene Proben desselben ziemlich bedeutende Unterschiede der Zusammensetzung darbieten können.

B. Besser leitende Flüssigkeiten.

b) Aetherische Oele.

Eine grosse Anzahl dieser Oele wurde schon im Jahre 1889 für das physikalische Institut von der Firma H. König in Leipzig bezogen. Für manche dieser Oele wurde damals die Rotations- und Refractionsdispersion von Hr. R. Steinheil untersucht^{1).} Unter den Oelen gibt es mehrere gleichen Namens, aber verschiedener Qualitäten. Ueber den Unterschied in der Herstellung der verschiedenen Sorten konnte nichts erfahren werden; dass aber die Oele von Verunreinigungen durch fette Oele vollständig frei und nur aus aromatischen Bestandtheilen zusammengesetzt sind, wurde durch eine von Hrn. Steinheil angestellte Untersuchung nachgewiesen (l. c. pp. 12—13).

Im weiteren wird die von der Fabrik angewendete Unterscheidung der Proben durch Numerirung beibehalten (wie es auch in der Abhandlung von Steinheil geschehen ist).

Für die drei ersten von den weiter unten angeführten Oelen wurden die Werthe der Dielectricitätsconstanten, zur Controlle auch nach der Methode der Kraftmessung bestimmt.

1) Steinheil, Inaug.-Diss., München 1889.

Das Verfahren war das von den Hrn. Cohn und Arons¹⁾ vorgeschriebene. Als Flüssigkeitselectrometer wurde das von Hrn. Franke²⁾ schon früher zu dem nämlichen Zwecke benutzte angewendet. Für dasselbe beträgt die Schwingungsdauer der „Nadel“ in der Luft 18 sec, das logarithmische Decrement (ebenfalls in der Luft) 0,0100. Der Abstand des Spiegels von der Scala war gleich 560 cm. Zur Erzeugung von oscillirenden Ladungen wurde das schon oben erwähnte Inductorium benutzt; die Unterbrechung des primären Stromes (2 Daniel-Elemente, äusserer Widerstand von 5—15 Ohm) war vom Unterbrecher Nr. II bei der günstigsten (für die Regelmässigkeit des Functionirens desselben) Rotationsgeschwindigkeit besorgt; die Ladungsdauer, nach der Formel (Ω) berechnet, betrug dabei etwa 1/2400 sec.

Die Beobachtungen wurden folgendermaassen angestellt: zunächst bestimmte ich drei Umkehrpunkte der Nadel des Mascart'schen Electrometers; dann machte ich dasselbe mit dem Edelmann'schen Electrometer (Flüssigkeitselectrometer); schliesslich von neuem mit dem Mascart'schen Electrometer. Aus den beiden für die Mascart'sche Nadel berechneten Ausschlägen wurde das arithmetische Mittel genommen. Der Unterbrecher functionirte so regelmässig, dass die beiden Ausschläge sehr oft zusammenfielen. Die Umkehrpunkte wurden am Edelmann'schen Electrometer *nur* für die Schwingungen seiner „Nadel“ in der Luft bestimmt; bei den Schwingungen dieser „Nadel“ in Oelen war die Dämpfung sehr stark, und man konnte sehr wohl das Eintreten der thatsächlichen Ruhe derselben abwarten. Die Nullpunktsverschiebungen in den Oelen waren sehr klein im Verhältnisse zu den benutzten Ausschlägen: sie machte kaum $1/2$ Proc. derselben aus. Dieser Umstand ist der bedeutenden Schwere der von Hrn. Franke und mir für das Edelmann'sche Electrometer benutzten Nadel zuzuschreiben. Die davon herrührende kleine Empfindlichkeit des Edelmann'schen Electrometers verursachte aber für mich keinen Uebelstand, weil, wie oben erwähnt, das Mascart'sche Electrometer auch eine kleine Empfindlichkeit

1) Cohn u. Arons, Wied. Ann. 33. p. 15—19. 1888.

2) Frank, Wied. Ann. 50. p. 163. 1893.

besass, während die vom Inductorium gelieferten Potentiale genügend hoch waren.

Das von den Hrn. Cohn und Arons durch $F_0 : M_0$ bezeichnete Verhältniss (l. c. p. 16) erwies sich für mein Electrometer im Mittel gleich 2,80. Das Verhältniss erwies sich als von den benutzten Potentialen unabhängig.

Ich konnte die Kraftmessungsmethode nur für diejenigen Oele anwenden, von denen mir hinreichend grosse Mengen zur Füllung des Flüssigkeitselectrometers zur Verfügung standen.

Im weiteren behalte ich das Zeichen δ zur Bezeichnung der nach der Kraftmessungsmethode erhaltenen Werthe von Dielectricitätsconstanten bei; die nach der Capacitätsmethode bekommenen Werthe (welche, bei kleiner Ladungsdauer natürlich illusorisch sind) werden durch D bezeichnet.

I. Oleum Juniperi e baccis Nr. IV.

Dicht. = 0,9657 bei 19,5° C.

Capacitätsmethode:

Unterbrecher Nr. II: Wechselstrommaschine:

$$\frac{\tau}{2} = \frac{1}{3800} \quad \frac{\tau}{2} = \frac{1}{1900}$$

$$\frac{\tau}{2} = \frac{1}{12}$$

$$D = 2,19 \quad D = 2,45 \quad D = 2,54$$

(a. 20 Vers.) (a. 10 Vers.)

(a. 10 Vers.)

Methode der Kraftmessung:

$$\delta = 2,29 \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400} \right)$$

(aus 80 Vers.)

Der von der Wechselstrommaschine gelieferte Werth ist bei diesem Oele schon bedeutend zu gross.

II. Oleum Foeniculi rectif. Nr. IV.

Dicht. = 0,9671 bei 20° C.

Capacitätsmethode:

Unterbrecher Nr. II: Wechselstrommaschine:

$$D = 4,32 \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2900} \right) \quad D = 12,7 \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{12} \right)$$

(aus 80 Vers.)

(aus 2 Vers.)

Methode der Kraftmessung:

$$\delta = 4,50 \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400} \right)$$

(aus 20 Vers.)

II. Oleum Lavendulae extrafin. Nr. III.

Dicht. = 0,881 bei 20° C.

Capacitätsmethode:

Unterbrecher Nr. II: Methode der Kraftmessung:

$$D = 3,52 \left(\frac{r}{2} = \frac{1}{2400} \right) \quad \delta = 3,56 \left(\frac{r}{2} = \frac{1}{2400} \right)$$

(aus 20 Vers.)

(aus 40 Vers.)

Bei diesem Oele stimmen die nach beiden Methoden gefundenen Werthe befriedigend überein. Was die bedeutsameren Abweichungen derselben bei den ersten Oelen betrifft, so können sie vielleicht von dem Unterschiede in der Ladungsdauer herrühren. Der Sinn dieser Abweichungen steht mit dem Sinne jener Unterschiede in keinem Widerspruche. Die Möglichkeit einer derartigen Erklärung ist also nicht ausgeschlossen.

IV. Oleum Foeniculi rectif. Nr. III.

Dicht. = 0,9561 bei 20° C.

Unterbrecher	$\frac{r}{2}$	D
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{12}$	17,7 (aus 6 Vers.)
Unterbrecher Nr. II	$\frac{1}{860}$	5,02 (aus 10 Vers.)
" "	$\frac{1}{2400}$	4,44 (aus 17 Vers.)
" "	$\frac{1}{3800}$	4,35 (aus 26 Vers.)

Eine *asymptotische* Annäherung der Werthe von D zu einer festen unteren Grenze tritt hier sehr deutlich hervor.

Wenn wir es ferner als berechtigt betrachten, in den oben mitgetheilten *kleinsten* Werthe von D etwa den wahren Dielectricitätsconstanten *nahe* kommende Grössen zu vermuthen (die Controlle durch die Kraftmessungsmethode scheint hierzu zu berechtigen), so können wir constatiren, dass bei den beiden oben angeführten Proben des „Oleum Foeniculi“ die Dielectricitätsconstanten nahezu gleich sind. Nur für die grösste Ladungsdauer ist der Unterschied der Werthe D sehr bedeutend, was auf eine merkliche Verschiedenheit des electrischen *Leitungsvermögens* der beiden Proben hinzudeuten scheint. Wenn nun aber die *wahren* Dielectricitätsconstanten der beiden Proben

wirklich nahezu einander gleich sind, dann gewährt die oben ausgesprochene Vermuthung über die Ursache einer bedeutenderen Abweichung zwischen den nach Capacitäts- bez. Kraftmessungsmethode für die Dielectricitätsconstante des „Oleum Foeniculi Nr. IV“ gelieferten Werthen eine Bestätigung: in der That haben wir bei dem „Oleum Foeniculi Nr. III“ einen Werth von D , welcher genau derselben Ladungsdauer entspricht, wie der Werth von δ beim „Oleum Foeniculi Nr. IV“; die Zusammenstellung der beiden Werthe zeigt aber, dass zwischen ihnen nur ein 1,3 Proc. grosser Unterschied besteht:

Ol. Foenic. r. Nr. IV:

$$\delta = 4,50 \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400} \right)$$

Ol. Foenic. r. Nr. III:

$$D = 4,44 \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400} \right)$$

V. Oleum Juniperi e ligno Nr. III.

Dicht. = 0,909 bei 19° C.

Unterbrecher	$\frac{\tau}{2}$	D
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{10}$	29,1 (aus 7 Vers.)
"	$\frac{1}{11,6}$	26,3 (aus 7 Vers.)
"	$\frac{1}{12}$	20,7 (aus 7 Vers.)
Unterbrecher Nr. I	$\frac{1}{440}$	15,9 (aus 10 Vers.)
" Nr. II	$\frac{1}{3600}$	5,26 (aus 22 Vers.)

VI. Oleum Juniperi e ligno Nr. II.

Dicht. = 0,939 bei 19° C.

Unterbrecher	$\frac{\tau}{2}$	D
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{9,6}$	20 (aus 9 Vers.)
"	$\frac{1}{12}$	9,8 (aus 10 Vers.)
Unterbrecher Nr. I	$\frac{1}{380}$	7,23 (aus 16 Vers.)
" Nr. II	$\frac{1}{3840}$	3,55 (aus 18 Vers.)

VII. Oleum Juniperi e ligno Nr. III.

Dicht. = 0,909 bei 19° C.

Unterbrecher	$\frac{\tau}{2}$	D
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{12,3}$	12,6 (aus 9 Vers.)
Unterbrecher Nr. I	$\frac{1}{300}$	4,29 (aus 12 Vers.)
„ Nr. II	$\frac{1}{3120}$	2,98 (aus 25 Vers.)

VIII. Oleum Juniperi e ligno Nr. IV.

Dicht. = 0,973 bei 18,5° C.

Unterbrecher	$\frac{\tau}{2}$	D
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{12,4}$	31,3 (aus 10 Vers.)
Unterbrecher Nr. I	$\frac{1}{360}$	18,3 (aus 10 Vers.)
„ Nr. II	$\frac{1}{3360}$	4,82 (aus 20 Vers.)

Für alle vier angeführten Proben des Wachholderöls aus Holz ist die Drehung der Polarisationsebene von Hrn. R. Steinheil gemessen worden.

Ich lasse eine Zusammenstellung der Werthe der Dielectricitätsconstanten dieser Oele mit den Grössen der ihnen zukommenden Drehungen folgen.

Nummern der Probe des Wachholderöls aus Holz	D. C.	Drehung	Dichtig- keit bei 19° C.	Zähigkeit
Nr. I	5,26	klein: 1,2° für das ganze Spectrum	0,985	Am grössten
Nr. II	8,55	35,29° für die Fraun- hofer'sche Linie B	0,989	zwischen den den Nummern III und IV zukommenden
Nr. III	2,98	43,09° für die B Linie	0,909	am kleinsten
Nr. IV	4,82	19,09° für die B Linie	0,973	zwischen den den Nummern I und II zukommenden

Die Grössen der Drehung (alle Proben links drehend) beziehen sich auf eine 20 cm lange Flüssigkeitsäule.

Die Zähigkeiten wurden nur qualitativ nach den Durchflusszeiten durch ein und dasselbe Rohr geschätzt.

Es lassen sich folgende Getetzmässigkeiten für diese vier Oele gleichen Namens, aber verschiedener Qualität, constatiren: je grösser die Dielectricitätsconstante ist, desto grösser sind auch Dichtigkeit und Zähigkeit, desto kleiner aber fällt die Drehung aus. Bei den Proben Nr. II und Nr. III besteht sogar umgekehrte Proportionalität zwischen der Dielectricitätsconstante und der Drehung für die *B*-Linie:

$$43,09 : 35,29 = 1,221, \text{ während } 3,55 : 2,98 = 1,219.$$

IX. Oleum Juniperi e baccis Nr. III.

Dicht. = 0,876 bei 18° C.

Unterbrecher	$\frac{\tau}{2}$	<i>D</i>
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{11,2}$	2,78 (aus 10 Vers.)
Unterbrecher Nr. I	$\frac{1}{320}$	2,55 (aus 18 Vers.)
, Nr. II	$\frac{1}{3600}$	2,40 (aus 15 Vers.)

X. Oleum Sassafras verum.

Dicht. = 1,065 bei 21° C.

Unterbrecher	$\frac{\tau}{2}$	<i>D</i>
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{12}$	13,2 (aus 6 Vers.)
,	$\frac{1}{13}$	11,1 (aus 6 Vers.)
Unterbrecher Nr. I	$\frac{1}{380}$	3,24 (aus 15 Vers.)
, Nr. II	$\frac{1}{880}$	3,02 (aus 19 Vers.)
", "	$\frac{1}{2400}$	2,98 ¹⁾ (aus 17 Vers.)
", "	$\frac{1}{5000}$	2,99 (aus 16 Vers.)

1) Eines der bezüglichen Protokolle ist oben angeführt.

XI. Oleum Petroselini.

Dicht. = 0,9782 bei 19° C.

Unterbrecher	$\frac{r}{2}$	D
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{13}$	9,8 (aus 10 Vers.)
Unterbrecher Nr. I	$\frac{1}{450}$	3,44 (aus 10 Vers.)
„ Nr. II	$\frac{1}{2900}$	3,07 (aus 20 Vers.)

XII. Oleum Foeniculi rectif. Nr. I.¹⁾

Unterbrecher	$\frac{r}{2}$	D
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{13}$	20 (aus 30 Vers.)
Unterbrecher Nr. I	$\frac{1}{240}$	10,1 (aus 18 Vers.)
„ Nr. II	$\frac{1}{5400}$	4,45 (aus 12 Vers.)

XIII. Oleum Lavendulae extrafin Nr. I.

Dicht. = 0,9028 bei 19° C.

Unterbrecher	$\frac{r}{2}$	D
Wechselstrommaschine	$\frac{1}{13}$	20,5 (aus 22 Vers.)
Unterbrecher Nr. I	$\frac{1}{450}$	6,6 (aus 16 Vers.)
„ Nr. II	$\frac{1}{3600}$	3,89 (aus 20 Vers.)

b. Alkohol.

I. Eine der beiden untersuchten Proben wurde unter dem Titel „absoluter Alkohol“ bezogen. Jedoch hat die Dichtigkeitsbestimmung für diese Probe ergeben: Dicht. = 0,797 bei 15° C. Hieraus ergiebt sich nach der „alkoholometrischen Tabelle“ die Stärke des Alkohols gleich etwa 99 Proc.

Ich lasse das Protokoll einer von den mit dieser Probe angestellten Versuchsreihen folgen:

1) Die Dichtigkeit wurde nicht bestimmt.

Unterbrecher Nr. II.

Capacitatmethode:

$$\frac{\tau}{2} = \frac{1}{3240} \text{ [sec.]}$$

<i>A</i>	<i>a</i>	$\sqrt{A} : \sqrt{a}$
257,5	219,8	1,082
265,9	232,6	1,069
256,2	224,1	1,069
271,9	232,9	1,080
293,0	267,5	1,048
291,2	255,4	1,068
268,8	249,1	1,073
343,5	292	1,084
281,1	258,3	1,058
278	245,8	1,063
304	264,9	1,071

Mittel (aus 11 Beobachtungen): $\sqrt{A} : \sqrt{a} = 1,069$

Die zweite Reihe (nach einer neuen Fllung der Schicht Nr. I) hat ergeben:

$$\sqrt{A} : \sqrt{a} := 1,071 \text{ (aus 10 B.) } \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{3250} \right).$$

Die dritte Reihe:

$$\sqrt{A} : \sqrt{a} := 1,063 \text{ (aus 10 B.) } \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{3260} \right).$$

Die vierte Reihe:

$$\sqrt{A} : \sqrt{a} := 1,066 \text{ (aus 10 B.) } \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{3240} \right).$$

Hauptmittel: $\sqrt{A} : \sqrt{a} = 1,067$ (aus 41 B.)

Die Formel (7) (Abschnitt B) ergibt also fr diese Probe:

$$D = \frac{1630}{67} = 24,4 \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{3250} \right).$$

Die von anderen Forschern gefundenen Werthe sind: $\delta = 26,5$ (98 Proc.) Cohn und Arons); $\delta = 25,8$ („absolut“, bei 14°) (Tereschin); $\delta = 22,29$ (Dicht. = 0,811 bei 15° C.) (Donle).

II. Die andere Probe wurde unter dem Titel „96 proc. Alkohol“ bezogen. Sie hatte lange in einer grossen Vorrathsflasche gestanden. Unmittelbar vor den Versuchen wurde eine Dichtigkeitsbestimmung ausgefuhrt. Aus dem Werthe der Dichtigkeit konnte geschlossen werden, dass zu den Versuchen nur etwa 93 proc. starker Alkohol benutzt wurde.

Unterbrecher Nr. II.

Capacitätsmethode:

Kraftmessungsmethode:

$$\delta = 32,4 \left(\frac{r}{2} = \frac{1}{2400} \right)$$

(aus 15 Vers.)

Bei einem so wasserreichen Alkohol gibt also der Unterbrecher Nr. II unter Anwendung der Capacitätsmethode noch zu grosse Werthe. Da aber mein Unterbrecher Nr. II natürlich *kein* letztes Wort der Technik darstellt, so wage ich zu vermuthen, dass mit einem noch bedeutend grösseren und (das ist die Hauptsache) noch mehr Unterbrechungen bei einer Umdrehung gestattenden Unterbrecher vielleicht sogar die Dielectricitätskonstante des Wassers nach der Capacitätsmethode richtig bestimmt werden kann.

Wie schon erwähnt, gibt der Unterbrecher Nr. II die besten Resultate, wenn seine Rotationsgeschwindigkeit in den Grenzen liegt, welche 10 und 16 Umdrehungen in einer Secunde entsprechen. Bei grösseren Geschwindigkeiten werden nicht nur die Electrometernadelausschläge bedeutend unregelmässiger, sondern es wird auch eine sehr deutliche Zunahme der Werthe von D wahrgenommen. Bei manchen gut leitenden Flüssigkeiten habe ich sogar bei 41 Umdrehungen in einer Secunde Werthe von D gefunden, welche etwa doppelt so gross sind wie diejenigen, welche den günstigsten Rotationsgeschwindigkeiten entsprechen. Das deutet offenbar auf ein bei grossen Geschwindigkeiten stattfindendes Ueberspringen der Bürste hin. Die erwähnten Grenzen, innerhalb deren die günstigsten Geschwindigkeiten liegen, wurden aus sehr vielen Vorversuchen bestimmt.

Es mögen noch die Resultate einiger Controllversuche (mit zwei Flüssigkeiten) mitgetheilt werden.

I. Die Schicht Nr. 1 ist mit Olivenöl, die Schicht Nr. 2 mit Benzol gefüllt. Es ist also $\delta_1 = 2,81$ und $\delta_2 = 2,11$ (vgl. oben), und der nach der Formel (5) berechnete Werth von

$\sqrt{A} : \sqrt{\alpha}$ ist 1,975; der *beobachtete* Werth aber desselben Verhältnisses betrug 1,980.

$$\text{Unterbrecher Nr. II } \frac{\tau}{2} = \frac{1}{2600};$$

bei Berechnung ist deshalb $\gamma = 0,63$ angenommen.

II. Umgekehrte Füllung.

$$\text{Unterbrecher Nr. II } \frac{\tau}{2} = \frac{1}{2600}.$$

Es ist also $D_1 = 2,11$ und $D_2 = 2,81$; $\gamma = 0,63$.

$$\sqrt{A} : \sqrt{\alpha} \text{ (berechnet)} = 2,63; \quad \sqrt{A} : \sqrt{\alpha} \text{ (beobachtet)} = 2,66.$$

III. Die Schicht Nr. 1 enthält — „Oleum Lavendulae extraf. Nr. III“; die Schicht Nr. 2 — „Oleum Foeniculi rect. Nr. 3“.

$$\text{Unterbrecher Nr. II } \frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400}.$$

Es ist

$$D_1 = 3,52 \left(\text{bei } \frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400} \right) \text{ und } D_2 = 4,44 \left(\text{bei } \frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400} \right);$$

$$\gamma = 0,63.$$

$$\sqrt{A} : \sqrt{\alpha} \text{ (berechnet)} = 2,44; \quad \sqrt{A} : \sqrt{\alpha} \text{ (beobachtet)} = 2,48.$$

IV. Die Schicht Nr. 1 enthält — „Oleum Lavendulae extraf. Nr. III“; die Schicht Nr. 2 — „Oleum Sassafras verum“.

$$\text{Unterbrecher Nr. II } \frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400}.$$

Es ist also:

$$D_1 = 3,53 \left(\text{bei } \frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400} \right) \text{ und } D_2 = 2,98 \left(\text{bei } \frac{\tau}{2} = \frac{1}{2400} \right);$$

$$\gamma = 0,63.$$

$$\sqrt{A} : \sqrt{\alpha} \text{ (berechnet)} = 2,026; \quad \sqrt{A} : \sqrt{\alpha} \text{ (beobachtet)} = 2,026.$$

V. Die Schicht Nr. 1 enthält den 99 proc. Alkohol; die Schicht Nr. 2 — „Oleum Foeniculi rectif. Nr. III“.

$$\text{Unterbrecher Nr. II } \frac{\tau}{2} = \frac{1}{3600}.$$

Im Mittel (aus 6 Versuchen) ist gefunden:

$$\sqrt{A} : \sqrt{\alpha} = 1,198.$$

Es ist:

$$D_2 = 4,35 \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{3600} \right); \quad \gamma = 0,63.$$

Also:

$$D_1 = D \text{ (Alkohol, } 99\%) = \frac{4,98}{0,198} = 25,1 \left(\frac{\tau}{2} = \frac{1}{3600} \right).$$

Um noch raschere, als die vom Unterbrecher Nr. II gelieferten, electrische Schwingungen zu erhalten, habe ich versucht, die bei Entladungen von Leydener Flaschen entstehenden Oscillationen bei meiner Methode anzuwenden. Leider aber ging es nicht: aus den grossen Werthen, welche dabei für die Dielectricitätsconstanten ätherischer Oele erhalten wurden, liess sich mit Sicherheit erkennen, dass für die Ladung des Doppelcondensators nicht die Entladungoscillationen, sondern nur die eigenen electrischen Schwingungen eines die Ladung der benutzten Leydener Flasche besorgenden Inductoriums maassgebend waren (es wurde nicht das oben erwähnte, sondern ein anderes Inductorium dazu benutzt; der primäre Strom wurde dabei auf übliche Weise automatisch unterbrochen).

8. Zur Lehre vom Sitz der Electricität in Condensatoren; von A. Kleiner.

Von den Versuchen, durch welche eine wesentliche Betheiligung an der Inductions-wirkung in Condensatoren dem Dielectricum zugewiesen wird, ist besonders demonstrativ das Franklin'sche Experiment, durch welches gezeigt wird, dass man in einem geladenen Condensator die leitenden Theile abtrennen und einzeln entladen kann und nach Wieder-zusammenstellen von Dielectricum und Belegungen den Apparat geladen findet. Dieser Versuch ist einer Ergänzung fähig, indem durch Messungen festgestellt werden kann das Verhältniss der auf den leitenden Belegungen befindlichen Electricitäts-mengen zu der im ganzen im Condensator vorhandenen; zufolge der Vorstellungen, welche sich heutzutage immer mehr be-festigen, müsste dies Verhältniss ein kleines sein, indem die Polarisation im Dielectricum ganz wesentlich den Zustand des Geladenseins ausmacht.

Die weitgehende Analogie zwischen magnetischer und dielectrischer Polarisation legt es nahe, auch folgenden Ver-such auszuführen: Wenn man einen geladenen Condensator durch einen den Belegungen parallelen Schnitt durch das Dielectricum in zwei Hälften zerlegt, sodann die einander zu-gekehrten Spaltflächen mit Belegungen versieht, so wird man möglicherweise die beiden Hälften wie den ursprünglich gegebenen Condensator geladen finden, und zwar auch dann, wenn man nach dem Spalten die ursprünglichen Belegungen einzeln abgehoben und entladen hat. Das Versuchsresultat wäre analog demjenigen des Zerbrechens eines Magnets und der Versuch müsste sich mit den Theilstücken beliebig oft wiederholen lassen mit dem gleichen Erfolg. Derartige Ver-suche lassen sich leicht ausführen mit einem Condensator, der aus einem beidseitig belegten Glimmerblatt besteht.

Bei der Ausführung derartiger Beobachtungen habe ich folgendes Verfahren eingeschlagen. Die untersuchten Con-densatoren waren dünne Platten, die auf der einen Seite mit

einer kreisförmigen Stanniolbelegung von 9 cm Durchmesser versehen wurden, während die andere Belegung gebildet wurde durch die Oberfläche reinen Quecksilbers, auf welche die Platten gelegt wurden; dies Quecksilber befand sich in einer cylindrischen in Paraffin ausgedrehten Höhlung von 9 cm Durchmesser, und es wurde entweder das Quecksilber mit dem einen Pol einer Ladebatterie verbunden, während die Stanniolbelegung zur Erde abgeleitet war, oder umgekehrt. Wenn das Quecksilber und die Plattenoberflächen rein sind, so legen sich letztere ohne Blasenbildung und fest adhärirend an das Quecksilber, was sich an durchsichtigen, noch nicht belegten Platten constatiren lässt. Die Condensatoren wurden durch eine Ladungssäule bis zu einem Potential von etwa 300 Volt geladen, die Ladungsmenge wurde bestimmt durch Beobachtung des Integralstromes bei momentaner Entladung durch ein empfindliches Galvanometer. Durch Vorversuche wurde die einzuhaltende Ladungszeit ermittelt; bei paarweise zusammengehörigen Beobachtungen wurden Ladungsverluste durch mangelhafte Isolation gleichgemacht und ihr Einfluss eliminiert, indem die Zeitintervalle zwischen Beendigung der Ladung und Entladung gleichgemacht wurden. Vor jedem Versuch wurden die von vorhergehenden herrührenden Rückstände entfernt.

Behufs Feststellung des Verhältnisses der auf den Belegungen befindlichen zur gesammten Ladungsmenge wurden zwei verschiedene Verfahren eingeschlagen.

In den zuerst ausgeführten Versuchen wurden die folgenden Beobachtungen vorgenommen: Es wurde der Condensator während der Ladungsdauer geladen, hierauf vom Quecksilber getrennt, das letztere und die Stanniolbelegung einzeln mit der Erde verbunden, dann wurde der Condensator wieder zusammengestellt und jetzt der Entladungsausschlag am Galvanometer abgelesen. Unmittelbar darauf wurde unter Einhaltung gleicher zeitlicher Verhältnisse der Condensator in gewöhnlicher Weise geladen und entladen. Bei diesen Versuchen blieb also das Stanniol dauernd in Verbindung mit dem Dielectricum.

In einigen späteren Versuchsreihen wurde nach Abheben des Condensators vom Quecksilber sofort auch die Stanniolbelegung vom Dielectricum abgehoben (mit Ebonitpincetten) und

entladen, sodass nun die Dielectricumsplatte beiderseits ohne Leiter war und es wurde erst jetzt der Condensator wieder zusammengestellt und der Entladungsausschlag beobachtet; hierauf wurde eine neue Ladung und Entladung in gewöhnlicher Art vorgenommen. Um über die Rolle der Rückstände bei diesen Messungen ins Klare zu kommen, stellte ich auch einige Beobachtungen über die Grösse eines erstmaligen Rückstandsausschlages nach einer bestimmten, bei beiden Entladungsarten gleichen Zeit an.

Ganz ähnlich gestalteten sich die Beobachtungen, wenn das Dielectricum gespalten werden sollte. Es wurde jetzt zuerst der Entladungsausschlag in gewöhnlicher Weise ermittelt, dann wieder geladen, nun das Glimmerblatt vom Quecksilber abgehoben und gespalten. Das eine Spaltstück wurde zunächst auf die Seite gelegt, am anderen die Stanniolbelegung zur Erde abgeleitet (mit oder ohne Abnehmen vom Glimmer), nach Entladen des Quecksilbers die drei Bestandtheile wieder zusammengelegt und jetzt der Entladungsausschlag gemessen. Die Manipulationen nach Beendigung der Ladung bis zur Entladung dauerten etwa 30 Sec.; eine ebenso lange Zeit war bei der ersten Beobachtung am ungespaltenen Condensator zwischen Ladung und Entladung verstreichen gelassen worden.

Nachdem in dieser Weise die Beobachtungen am einen Spaltstück vorgenommen worden, was etwa zwei Minuten in Anspruch nahm, konnte in vielen Fällen (bei trockener Luft) auch noch das zweite, das inzwischen ohne Belegung auf dem Tisch gelegen, untersucht werden. Es wurde mit der einen Seite auf das Quecksilber gelegt, auf der anderen mit einer Stanniolbelegung versehen und jetzt die Entladung durch das Galvanometer beobachtet. An beiden Spaltstücken wurden sodann Ladungsbestimmungen mit ihrer nunmehr vergrösserten Capacität vorgenommen.

Resultate.

1. Es sollen zunächst die Resultate von Beobachtungen angegeben werden, bei welchen blos die eine Belegung, das Quecksilber, vom Dielectricum getrennt und entladen wurde, während die andere an der Dielectricumsplatte belassen und dort zur Erde abgeleitet wurde.

Der Entladungsausschlag mit Zerlegen des Condensators werde mit α bezeichnet, der ohne Trennung beobachtete mit α' . Die untereinanderstehenden Werthe von α und α' sind zusammengehörig.

I. Glimmercondensator.

Ladungszeit 10'', Entladung 10'' nach der Ladung.

Rückstand nach 15 Sec. 0,3 Sc.

α	19	21,5	22,5	23,5	22,5	23,6
α'	22,5	22,0	23	22,5	23,5	23,6

II. Glimmer, wie oben.

Rückstand nach 20 Sec. 2 Sc.

α	47	49	47	48
α'	48	49	48,5	49

III. Glascondensator, 0,1 mm dick.

Ladungszeit 10'', Entladung nach 10''. Rückstand nach 20 Sec. 15 Sc.

α	60	63	59	62	62	63	60
α'	63	67	60	65	65	65	59

IV. Ebonitecondensator.

Ladungszeit 10'', Entladung nach 10''. Rückstand nach 15 Sec. 1 Sc.

α	5	4,8	3,5	5	5
α'	5	4,5	5	5	5

2. Von den vielen Versuchen, bei welchen ausser dem Quecksilber auch das Stanniol vom Dielectricum getrennt und entladen wurde, seien folgende aufgeführt, bei welchen auch der Rückstandsausschlag nach gemessener Zeit nach dem ersten Ausladen angegeben ist.

Das Auseinandernehmen und Wiederzusammensetzen nahm 30'' in Anspruch; α und α' , mit der früheren Bedeutung sind also 30'' nach beendiger Ladung beobachtet, r und r' , die zugehörigen Rückstandsausschläge 10 Secunden nach der ersten Momentanentladung. Das Dielectricum war Glimmer.

α	31	40	43
r	22	24	20
α'	34	41	40
r'	19	22	22

3. Weniger regelmässig gestalteten sich die Versuche, bei welchen das Dielectricum gespalten wurde, weil wegen der vielen, zwischen Ladung und Entladung vorzunehmenden Manipulationen meistens eine ziemlich lange Zeit, 30—50'',

bis zur Entladung verfloss; der zuerst am ungetheilten Condensator bestimmte Entladungsausschlag α' musste wegen der Verluste für dies Zeitintervall interpolirt werden; zu dem Zwecke ist jeweils durch Vorversuche die Abnahme der beobachtbaren Entladungsausschläge α' mit Zunahme der Zeit t , welche zwischen Beendigung der Ladung bis zur Entladung verstrich, ersichtlich gemacht.

Die Beobachtungen wurden an Glimmercondensatoren ausgeführt.

I.

t	α'
1"	33
10	30
20	28
30	26,5

Rückstand nach 15 Sec. 6 Sc.

1. Spaltstück $t = 45''$ und $\alpha = 21$ Sc.
2. " $t = 120''$ " $\alpha = 11$ "

II.

t	α'
1"	62
10	60
20	59,5
30	58

Rückstand nach 10 Sec. 2 Sc.

1. Spaltstück $t = 50$ Sec. $\alpha = 54$ Sc.

Rückstand nach 20 Sec. 2 Sc.

III.

t	α'
1"	48
10	46
20	44
30	43

1. Spaltstück $t = 36$ Sec. $\alpha = 36$ Sc.

Derartige Versuche sind noch viele ausgeführt worden. Es seien noch folgende Notizen erwähnt: Ein Glimmercondensator hatte einen Entladungsausschlag von 31 Sc. gegeben, wenn er 20 Sec. nach beendigter Ladung entladen wurde. Ein erstes Spaltstück ergab 42 Sec. nach dem Laden 32 Sc.; das andere konnte erst 1,5 Minuten später mit Belegung versehen und entladen werden; es erfolgte ein Ausschlag von 20 Scalentheilen nach entgegengesetzter Seite, wie bei der Entladung des ursprünglichen Condensators; unabsichtlich war es in ver-

kehrter Lage behufs Entladung auf das Quecksilber gelegt worden.

Eine Uebersicht der Beobachtungsresultate zeigt zunächst, dass die Beobachtungen nicht genau genug sind, um das Verhältniss der auf den Condensatorbelegungen befindlichen, zur gesammten Ladungsmenge exact feststellen zu lassen; die Unsicherheiten röhren daher, dass es nicht gelang in zwei aufeinanderfolgenden Versuchen genau gleiche Contacte der Dielectricumplatten mit dem Quecksilber herzustellen; aber das geht aus den Beobachtungen hervor, dass der Effect des Ableitens der Belegungen eines Condensators, nachdem sie vom Dielectricum getrennt worden, nicht wesentlich verschieden ist von dem, was sich ergiebt, wenn man die fest mit dem Dielectricum verbunden bleibenden Belegungen abwechselnd ableitend berührt; d. h. aus den Leitern eines geladenen Condensators kann man nicht mehr Electricität entnehmen, als ihrer Capacität entspricht, wenn sie für sich isolirt aufgestellt sind. Es liegt nahe, dies dahin zu formuliren, dass das Geladensein eines Condensators im Zustande des Dielectricums, nicht der Belegungen, zu suchen ist.

Als Resultat des Spaltens des Dielectricums eines geladenen Condensators hat sich ergeben, dass jedes der Spaltstücke, mit Belegungen versehen, dieselbe Ladungsmenge ergeben, wie der unzerlegte Condensator ergeben haben würde, gleiche Verluste durch Ableitung vorausgesetzt. Aus diesen Beobachtungen lässt sich schliessen, dass man in einem geladenen Glimmercondensator das Dielectricum in beliebig viele, den Grenzflächen parallele Stücke spalten, und jedem einzelnen dieselbe Ladung wie dem unzerlegten Condensator entnehmen könnte, wenn die Isolation eine absolute wäre. Die einfachste Interpretation dieses Verhaltens besteht wohl in der Annahme, dass im Dielectricum eines geladenen Condensators eine electrische Polarisation existire, welche ähnlich ist der magnetischen Polarisation, die wir in Magneten annehmen; wollte man in die Construction einer Vorstellung dieser dielectrischen Polarisation Fernewirkungen eintreten lassen, dann könnten diese Fernewirkungen jedenfalls nur molecularare sein.

Aus den beschriebenen Versuchen lässt sich ein bemerkenswerther Unterschied zwischen dielectrischer und magnetischer

Polarisation erkennen. Während die in einer dünnen Lamelle eines Dielectricums erregte, senkrecht zu den Begrenzungen stehende Polarisation in der sich selbst überlassenen Substanz fortbesteht (soweit nicht mangelhafte Isolation sie reducirt), lässt sich transversale magnetische Polarisation in Eisenlamellen nur so lange erhalten, als die sie erregenden Einwirkungen benachbarter Magnete fortduern; in der sich selbst überlassenen Substanz verändert sich die transversale Magnetisirung in eine den Begrenzungsfächen parallele.

Zürich, Mai 1894.

dass
110 n
grade
Hohl
Durc
ist d
licher
nur
werd

mir
den
sucht
bind
„uns
Schli
Hr. A
auf
Mag
legun
lich
dünn
Schlu

hinsi

Hr.
geste

9. Zur Magnetisirung von eisernen Cylindern; von O. Grotrian.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit¹⁾ habe ich gezeigt, dass das magnetische Moment eines Vollcylinders von etwa 110 mm Länge und 33 mm Durchmesser bei geringem Sättigungsgrade merklich gleich ist dem magnetischen Momenten eines Hohlcylinders von derselben Länge und gleichem äusseren Durchmesser bei Wandstärken von 0,802 bis 2,868 mm. Es ist daran von mir die Schlussfolgerung geknüpft, dass in *merklicher* Weise bei schwachen magnetisirenden Kräften zunächst nur die äusseren Schichten eines Vollcylinders magnetisiert werden.

Namentlich gegen diese und ausserdem einige andere von mir gezogene Schlussfolgerungen sind Einwände erhoben worden seitens der Hrn. H. du Bois²⁾ und M. Ascoli.³⁾ Ersterer sucht an der Hand der neueren Magnetisirungstheorie in Verbindung mit gewissen Versuchsresultaten zu zeigen, dass meine „unseren üblichen Grundannahmen völlig zuwiderlaufenden Schlüsse“ nicht nothwendiger Weise gezogen zu werden brauchen. Hr. Ascoli bemerkt im Beginn seiner Abhandlung in Bezug auf meine Schlussfolgerung hinsichtlich des Eindringens der Magnetisirung „Dieser Schluss ist auf einer falschen Auslegung der experimentellen Resultate basirt“ und sucht namentlich auf Grund von Beobachtungen, angestellt an Bündeln von dünnen Eisendrähten, die zu Cylindern formirt sind, meine Schlussfolgerungen zu entkräften.

Zunächst halte ich es für nothwendig, meine Anschaugung hinsichtlich des Vorganges, der die nahe Uebereinstimmung

1) Der Magnetismus eiserner Hohl- und Vollcylinder, Wied. Ann. 50. p. 705. 1893.

2) H. du Bois, Wied. Ann. 51. p. 529.

3) M. Ascoli, Atti della Reale Accad. dei Lincei. p. 177. 1894; Hr. Ascoli hat eine Fortsetzung seiner Untersuchungen in Aussicht gestellt.

der magnetischen Momente von Hohl- und Vollcylindern bewirkt, im Folgenden etwas ausführlicher, als dieses bisher geschehen ist, darzulegen.

Wenn von mir gesagt ist, dass in *merklicher* Weise bei schwachen magnetisirenden Kräften zunächst nur die äusseren Schichten magnetisirt werden, so ist dagegen die Frage, inwieweit in untergeordnetem Maasse die axialen Schichten bei geringem Sättigungsgrade magnetisirt werden, von mir als offene Frage behandelt worden. Es heisst nämlich in meiner Arbeit p. 737: „Ob bei äusserst schwachem Strome die Magnetisirung bis zur axialen Faser hin erfolgt, mag dahin gestellt bleiben. Den Versuchen nach scheint das der Fall zu sein.“

Gelegentlich habe ich von einem „Eindringen“ des Magnetismus gesprochen. Mit dem Worte „Eindringen“ habe ich in möglichst kurzer Bezeichnungsweise weiter nichts als die nach meiner Ansicht tatsächlich vorhandene Vertheilung der Magnetisirung im Innern der Eisencylinder zum Ausdruck bringen wollen, bei welcher geringe Sättigungsgrade vorausgesetzt die oberflächlichen Schichten erheblich stärker magnetisirt sind als die axialen.

Ohne eine vorgefasste Meinung für oder gegen irgend eine Theorie der Magnetisirung habe ich die ungleichmässige Vertheilung einer Schirmwirkung zugeschoben, welche die äusseren Schichten auf die inneren ausüben. Dieser Auffassung habe ich allerdings bisher nicht weiter Ausdruck verliehen, namentlich deshalb nicht, weil ich keinen Weg sah, irgendwie rechnerisch vorzugehen. Der Vorgang ist ja nichts weniger als einfach, da auch die inneren Schichten auf die äusseren einwirken können. Wenn daher Hr. Ascoli, falls ich ihn richtig verstanden habe, mir die Ansicht zuschiebt, es sei ein Hinderniss vorhanden, welches sich dem Eindringen der Magnetisirung widersetzt („ostacolo alla penetrazione della magnetizzazione nelle parti interne“¹⁾), so acceptire ich dieses Hinderniss in dem Sinne, dass ich unter letzterem die durch die oberflächlichen magnetisirten Schichten entstandene mehr oder weniger vollständige Schirmwirkung verstehe.

1) l. c. p. 188.

Die Erklärung, welche Hr. du Bois für die genäherte Gleichheit der magnetischen Momente von Hohl- und Vollcylindern gibt, lässt sich wohl nicht widerlegen, so lange man nur die bisher von mir veröffentlichten Resultate¹⁾ berücksichtigt. Die Einwände des Hrn. Ascoli sind gleichfalls höchst beachtenswerth, dürften aber kaum als endgültig entscheidend angesehen werden können. Da nach meinem Dafürhalten das bis jetzt vorliegende Beobachtungsmaterial keineswegs zur Klärung der in Rede stehenden Frage genügt, so scheint es mir wenig erspriesslich zu sein, hier in eine eingehende Besprechung der Ausführungen der Hrn. du Bois und Ascoli einzutreten. Dagegen möchte ich im Folgenden die Resultate einiger Versuche mittheilen, die als Ergänzung des Beobachtungsmaterials für die hier behandelte Frage zu betrachten sind.

Mit diesen Versuchen habe ich das Ziel verfolgt, weitere Anhaltspunkte über die Vertheilung der Magnetisirung im Innern von Eisencylindern zu gewinnen. Es beziehen sich dieselben namentlich auf die Stirnfläche der Cylinder, den senkrecht zur Axe durch die Mitte gelegten Querschnitt und die Schirmwirkung der äusseren auf die inneren Theile.

Dass die Magnetisirung über die Stirnfläche eines im homogenen Felde befindlichen Eisencylinders höchst ungleichmässig vertheilt ist, derart dass die peripherischen Theile erheblich stärker als die centralen magnetisirt sind, zeigt zunächst die Anordnung von Eisenfeile, die man auf die Stirnfläche bringt.

Ein Vollcylinder von 110 mm Länge und 33 mm Durchmesser wurde in verticaler Stellung in die früher benutzte Magnetisirungsspule mit Beihülfe einer passenden Unterlage in die conaxiale Mittelstellung gebracht. Erregt man den Eisenkern unter geringer Sättigung magnetisch und setzt eine Pappschachtel mit Eisenfeilen darauf, so ordnet sich der weit-aus grösste Theil der letzteren zu einem scharf ausgeprägten *Ringe am Rande* des Eisencylinders an. Der Versuch, der übrigens nicht neu sein dürfte, gelingt sehr leicht, wenn man die Schachtel einige Male wenig aufhebt und auf die Endfläche

1) O. Grotrian, Wied. Ann. 50. p. 705. 1893.

niederfallen lässt. Die äusseren Eisenfeilfäden sind stark gegen die Cylinderaxe geneigt in dem Sinne, dass ihre geradlinigen Verlängerungen in das Eisen die Cylinderaxe schneiden. Den Neigungswinkel gegen die Axe, der mit dem Abstande vom Rande abnimmt, schätze ich am äussersten Rande auf 45°.

Dass die Kraftlinien keineswegs lediglich durch die Stirnfläche eintreten, ergiebt sich gleichfalls aus der Anordnung der Eisenfeile, welche man mit dem äusseren Umfange eines Hohl- oder Völleylinders in Berührung bringt. Dieselbe haftet in Büscheln bis in die Nähe der Mitte.

Um die Vertheilung der magnetischen Kraft an der Stirnfläche zahlenmässig festzustellen, habe ich an dem bei meinen früheren Versuchen benutzten Vollcylinder Nr. 9 Abreissversuche angestellt, wie solche bereits vor einer langen Reihe von Jahren von vom Kolke¹⁾ ausgeführt wurden.

Bei meinen Versuchen befand sich der Eisencylinder in der oben näher bezeichneten verticalen Stellung in der Magnetisirungsspule. Auf die obere Stirnfläche ist ein Blatt Millimeter-Papier glatt aufgeklebt. Die obere Fläche desselben enthält ein System von concentrischen Kreisen, deren Durchmesser in Intervallen von 1 mm zunehmen. Es war leicht, das Blatt ohne wesentlichen Excentricitätsfehler auf der Stirnfläche zu befestigen.

Neben der Spule stand eine mittelfine Wage, die auf einige Milligramm empfindlich ist. Die eine Schale wurde entfernt und an deren Stelle eine einfache Suspensionsvorrichtung gehängt, die unten in einen kleinen zugespitzten Stahlmagnet von 2,3 mm Durchmesser und 15 mm Länge ausläuft. Mittelst einer an der Suspension angebrachten Messingschraube lässt sich die Stahlspitze, wenn es nöthig ist, der Papierfläche bis zur Berührung nähern.

Es wurde nun bei bestimmtem Strome die Abreisskraft in verschiedener Abständen von der Mitte gemessen. Um die Einstellung an einen bestimmten Kreis bequem ausführen zu können, hatte man die Wage auf einen Schlittenklotz gestellt, durch dessen Verschiebung die Stahlspitze an die richtige

1) vom Kolke, Pogg. Ann. 81. p. 321. 1850.

Stelle gebracht wurde. Der Schlittenklotz ist durch eine Mikrometerschraube verstellbar.

Die Resultate der Abreissversuche sind weiter unten in Tabelle I zusammengestellt. Die Stromrichtung war stets die nämliche. Die Messung der Stromstärke geschah mittelst eines Torsionsgalvanometers, welches von einem Normalwiderstände aus Manganin abgezweigt war. Zum Aequilibriren des blosen Gewichtes der Suspension mit Magnetstift waren 2,26 g nöthig, während 2,42 g erforderlich waren, um das Gewicht und die Wirkung der vom Strome durchflossenen Spule ohne Eisenkern zu compensiren. Das Spulenfeld allein wirkt daher mit einer Kraft von $2,42 - 2,26 = 0,16$ g auf den Stift. Setzt man letzteren auf die getheilte Papierfläche auf, ohne dass der Cylinder magnetisirt ist, so findet man, dass zum Abreissen 2,33 g erforderlich sind. Demnach beträgt die Anziehungskraft lediglich infolge des Magnetismus des Stahlstiftes $2,33 - 2,26 = 0,07$ g.

Von dem zum Abreissen bei Strom nöthigen Gewichte habe ich die Summe $2,26 + 0,16 + 0,07 = 2,49$ g abgezogen. Etwaige Zweifel, wie und ob die Zahlen 0,16 und 0,07 in Rechnung zu ziehen sind, werden dadurch gegenstandslos, dass letztere, verglichen mit der wirklichen Abreisskraft, sehr klein sind.

Das Loslassen der Arretirung der Wage muss aus leicht ersichtlichen Gründen unter thunlichster Vermeidung jeglichen Stosses erfolgen. Aus diesem Grunde war zwischen Wagenbalken und Arretirung ein Ende Kautschukschlauch gelegt, durch welches bewirkt wurde, dass die aufgesetzten Gewichte ganz allmählich zu ihrer vollen Wirkung auf das Stäbchen kamen.

Die Stromstärke schwankte, da die Versuchsreihe der Tabelle I an zwei verschiedenen Tagen ermittelt wurde, tatsächlich um 0,06 Amp. Durch einfache Interpolation sind an den gefundenen Abreissgewichten geringfügige Correctionen angebracht, durch welche sie auf die mittlere Stromstärke 5,19 Amp. reducirt werden.

Die Zahlen für die Abreissgewichte sind in Tabelle I durch k , die Abstände von der Mitte durch ϱ bezeichnet.

Tabelle I.

ϱ	k	ϱ	k
0 mm	14,8 g	9 mm	19,0 g
1	15,4	10	20,8
2	17,1	11	20,4
3	16,9	12	21,3
4	17,2	13	21,4
5	17,2	14	21,6
6	17,7	15	23,1
7	17,6	16	21,3
8	19,0		

Der der Mitte ($\varrho = 0$) entsprechende Werth $k = 14,8$ g ist nicht ohne weiteres mit den übrigen Werthen zu vergleichen, da sich in der Mitte der Stirnfläche des untersuchten Cylinders eine beim Abdrehen entstandene kleine Vertiefung befindet. Ein Blick auf die Tabelle zeigt, dass die Abreisskraft in der Mitte ca. 15, am Rande 23 g beträgt. Dieselbe nimmt also um 56 Proc. nach dem Rande hin zu. Da die mitgetheilten Zahlen nur die der Cylinderaxe parallele Componente der Kraft darstellen, mit welcher der Electromagnet auf den Stahlstift wirkt, so ist die Zunahme dieser Kraft nach dem Rande hin nicht unerheblich grösser. Nimmt man in allerdings roher Schätzung in der Nähe des Randes eine Neigung der Eisenfeilfäden gegen die Cylinderaxe von 30° an (s. o.), so betrüge hier die Gasammtkraft nicht 23, sondern 26,6 g, und die Kraftzunahme von der Mitte zum Rande übersteige den Betrag von 70 Proc.

Da der Radius des untersuchten Cylinders 16,5 mm beträgt, so erstrecken sich die Messungen bis zu einem Abstande 0,5 mm vom Rande. In der Nähe von $\varrho = 15$ mm zeigt die Abreisskraft ein Maximum. Dasselbe bezieht sich selbstverständlich nur auf die der Axe parallel Componente der Abreisskraft. Ein Maximum der Gesamtkraft braucht deshalb auf der Stirnfläche nicht vorhanden zu sein, jedoch ist seine Existenz keineswegs ausgeschlossen.

Die Werthe der Abreisskraft mögen freilich nicht ohne weiteres ein Maass für die Magnetisirung (magnetisches Moment bezogen auf die Volumeinheit) an den verschiedenen Stellen der Stirnfläche geben. Aber es dürfte doch wohl keinem Zweifel unterliegen, dass mit einer erheblichen Zunahme der

Abreisskraft auch eine erhebliche Zunahme der Magnetisirung verbunden ist. Hieraus schliesse ich, dass die Magnetisirung in der Nähe des Randes auf der Stirnfläche eines Eisencylinders bedeutend grösser ist als in der Mitte. Versuche, welche auf anderem Wege zu dem gleichen Resultate führen, werden weiter unten beschrieben werden.

Wenn hiernach die Kraftlinien am Rande der Stirnfläche in weit grösserer Dichte in den Cylinder eintreten als in der Nähe der Axe, so erscheint es naturgemäss, die weitere Frage aufzuwerfen: Wie verlaufen die Magnetisirungslinien im Innern

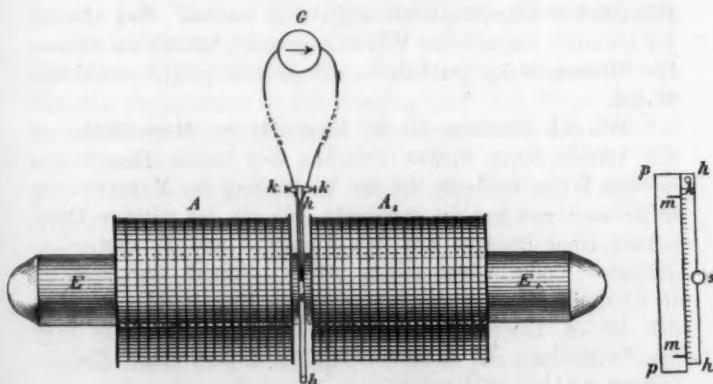


Fig. 1.

des Eisencylinders, und wie ist die Magnetisirung über irgend einen Cylinderquerschnitt vertheilt?

Um der Beantwortung des zweiten Theiles der Frage in Bezug auf den mittleren Querschnitt näher zu kommen, habe ich einige Versuche angestellt, die im Folgenden beschrieben werden sollen. Dieselben sind, da man bei der Aufstellung von Spiegelgalvanometern im electrotechnischen Institute auf Schwierigkeiten stösst, in den Räumen des physikalischen Instituts, die von Hrn. Geh. Reg.-Rath Dr. Wüllner bereitwilligst zur Verfügung gestellt wurden, mit Instrumenten beider Institute ausgeführt. Die Versuchsanordnung ist aus Fig. 1 zu ersehen.

In die beiden gleichen conaxial aufgestellten Magnetisirungs-

spulen A und A_1 mit je 500 Windungen, von denen die eine die bei meinen früheren Versuchen¹⁾ benutzte ist, wurden die beiden gerade vorhandenen Eisencylinder E und E_1 von 80 mm Durchmesser und 348 mm Länge eingeschoben. Dieselben füllen die innere Höhlung der Spulen vollständig aus. Die nach aussen gekehrten Enden der Eisencylinder sind in der Weise, wie es die Figur zeigt, abgerundet. Die einander zugekehrten Enden, die nur wenig aus der Spulen hervorragen, stehen einander im Abstande von 5 mm parallel gegenüber. Durch beide Spulen wurde ein Strom geleitet, der dieselben im gleichen Sinne durchfloss, so dass die einander zugekehrten Eisenflächen entgegengesetzt magnetisch wurden. Der Abstand der einander zugekehrten Windungsgrenzen beträgt ca. 25 mm. Die Strommessung geschah in der bereits p. 739 erwähnten Weise.

Wie ich annehme, ist die Intensität des Magnetfeldes an den verschiedenen Stellen zwischen den beiden Eisenflächen in einer Weise vertheilt, die der Vertheilung der Magnetisirung im grossen und ganzen entspricht, wie sie der mittlere Querschnitt eines einzigen aus den Kernen E und E_1 zusammengesetzten Volleylinders zeigen würde. Stimmt man dem zu, so ist durch Messung der Intensität des Magnetfeldes zwischen den beiden Eisenflächen der Beantwortung der Frage nach der Vertheilung der Magnetisirung im Innern eines Electromagneten näher zu kommen.

Die Intensität des Feldes habe ich durch die Inductions-wirkung gemessen, welche beim Unterbrechen des magnetisirenden Stromes auf eine kleine zwischen den Eisenflächen befindliche Spule s ausgeübt wird, wenn deren Axe der Cylinder-axe parallel ist.

Die Inductionsspule ist aus Draht von 0,1 mm Dicke hergestellt. Sie besitzt etwa 600 Windungen. Ihr äusserer Durchmesser beträgt 10,5 mm, die axiale Dicke 4,5 mm. Um die Eisenflächen einander möglichst nahe bringen zu können, ist die Spule ohne Endplatten hergestellt. Die Windungen werden einfach durch Kitt aus Wachs und Colophonium zusammen gehalten.

1) Grotrian, Wied. Ann. 50. p. 709. 1893.

Die Spule ist in eine halbkreisförmige Höhlung eines Holzstreifens $h\,h$ eingekittet, der als Inductionsschieber bezeichnet werden möge. Letzterem ist durch aufgeklebtes Millimeterpapier eine Theilung gegeben. Der Schieber gleitet auf einem zweiten in ein Holzstatisch eingeklemmten Holzstreifen $p\,p$, der mit zwei Marken m versehen ist. Bei vorgängiger richtiger Einstellung des Holzstreifens gibt der mit einer der Marken zusammenfallende Theilstrich des Inductionsschiebers den Abstand der Spulenmitte von der Mitte der Eisenkerne an.

Die Enden der Spule sind um einander gewickelt an die Klemmschrauben k des Schiebers angeschlossen. Von letzteren führen zwei Drähte zu einem entfernten Thomson'schen astatischen Spiegelgalvanometer G .

Der an diesem beim Unterbrechen des magnetisirenden Stromes beobachtete Scalenausschlag gibt eine Maass für die Intensität des Magnetfeldes an den einzelnen Stellen zwischen den Eisenflächen.

Die folgende Tabelle II enthält die Resultate einer derartigen Messung. Es bezeichnet ϱ den Abstand der Mitte der Inductionsspule von der Magnetaxe, n den Scalenausschlag. Bei jeder Einstellung des Inductionsschiebers wurde der Scalenausschlag mindestens drei, meistens viermal beobachtet. Die Zahlen unter n sind die Mittel aus Messungen, die für zwei Radien desselben Durchmessers erhalten wurden. Die Zahlenreihe schliesst mit $p = 34$ mm ab. Bei etwas grösserem ϱ würden die Windungen der Inductionsspule über den Rand des Eisencylinders hinausragen. Die Stärke des magnetisirenden Stromes betrug 1,25 Amp.

Tabelle II.

ϱ	n
0 mm	186,5
10	195,8
20	199,7
30	202,7
34	203,3

Wie man sieht, nehmen die Zahlen unter n von der Mitte nach dem Rande von 186,5 bis 203,3 zu, so dass die

Feldintensität in der Nähe des Randes um 9 Proc. grösser ist als in der Mitte.

Wahrscheinlich ist die Zunahme noch bedeutend grösser. Denn von $\rho = 0$ bis $\rho = 10$ wächst n von 186,5 auf 195,8, also um den im Vergleich mit der ganzen Zunahme namhaften Betrag von 5 Proc. Die Feldintensität in der Axe, wie sie der Messung mit einer Spule von unendlich kleinem Durchmesser entsprechen würde, dürfte daher noch bedeutend kleiner gegenüber der Randintensität sein, als es die Zahlen der Tabelle II zeigen.

Es muss ferner berücksichtigt werden, dass das durch die Spulen erzeugte Magnetfeld kein vollkommen homogenes ist, namentlich wenn, wie das hier der Fall ist, Theile desselben in Frage kommen, welche der innersten Windungslage bereits nahe liegen. Um darüber ein Urtheil zu gewinnen, entfernte man die Eisencylinder aus den Spulen, worauf die Induction durch das Spulenfeld allein gemessen wurde. In der folgenden Tabelle III sind die Resultate dieser Messungen zusammengestellt. Die Werthe n_1 entsprechen einem Strome von 2,07 Amp. und sind lediglich als Controlwerthe angeführt. Wegen ihrer Kleinheit wurde der Strom auf 6,26 Amp. verstärkt. Diesem entsprechen die Zahlen unter n_2 .

Tabelle III.

ρ	n_1	n_2
0 mm	14,7	44,8
10	14,5	44,4
20	14,3	43,8
30	13,8	41,2
34	13,2	40,4

Die Werthe für n_2 zeigen, dass von $\rho = 0$ bis $\rho = 34$ eine Abnahme der Intensität des Spulenfeldes um 9,8 Proc. stattfindet. Die bekannten Formeln für lange Spulen ergaben eine Abnahme des Feldes im gleichen Sinne.

Wenn nun die gemessene Feldstärke zwischen den Eisenflächen von der Mitte zum Rande um 9 Proc. zu, diejenige zwischen den Spulen allein um 9,8 Proc. abnimmt, so wäre bei Beobachtungen mit vollkommen homogenem Spulenfelde

zwischen den Eisenflächen eine Zunahme der Intensität um beinahe 20 Proc. zu erwarten.

Wie mir scheint, berechtigen die in den Tabellen II und III mitgetheilten Messungsresultate zu dem Schlusse, dass auch im mittleren Querschnitt eines cylindrischen Electromagneten die Magnetisirung in nicht unerheblichem Maasse von der Axe nach der Oberfläche hin wächst.

Die folgenden Versuchsergebnisse mögen als Ergänzung bez. Bestätigung der Abreissversuche angesehen werden. Dieselben sind in der vorhin beschriebenen Weise mittelst des Inductionsschiebers erhalten. Sie unterscheiden sich von jenen dadurch, dass sie sich auf die ebene Fläche nur eines Eisenzyinders ($d = 80$ mm) beziehen, während der andere entfernt war. Der magnetisirende Strom durchfloss nur die den ersteren umgebende Spule. Bei 1,25 Amp. wurden die Resultate der Tabelle IV erhalten.

Tabelle IV.

ϱ	n
0 mm	20,7
10	21,5
20	23,5
30	27,9
34	31,6

Auch hier findet eine erhebliche Zunahme der n von der Mitte nach dem Umfange statt und zwar im Betrage von 52,7 Proc. Letzterer stimmt nahe überein mit der Zunahme, welche mittelst der Abreissmethode für den kleineren Cylinder gefunden wurde.

Zum Schluss möchte ich noch die Resultate einiger Beobachtungen mittheilen, die sich auf die magnetische Schirmwirkung beziehen.

Das früher benutzte Eisenrohr Nr. 18 (Wanddicke = 2,10 mm, Länge = 109,75 mm) wurde in die Mitte einer der beiden Spulen gebracht, welche bei den Inductionsversuchen verwendet waren. Bei einem Strome von ca. 2 Amp. ist Folgendes zu beobachten. Führt man Eisenpulver in den inneren Hohlraum ein, so haftet dieses in keinerlei nennenswerther Menge an den Innenwänden des Rohres fest. Das beobachtete Anhängen minimaler Mengen

dürfte wesentlich auf Nebenumstände (Adhäsion, remanenter Magnetismus der Pulvertheilchen etc.) zurückzuführen sein. Bei horizontaler Lage von Spule und Eisenrohr konnte ich an Eisenpulver, welches in den Hohlraum eingeführt war, bei Stromschluss keine Tendenz erkennen, sich regelmässig anzutragen. Führt man ferner bei verticaler Stellung des Eisenrohres in den Hohlraum eine an drei Fäden aufgehängte Kreisscheibe aus glatter Pappe ein, welche mit Eisenpulver bestreut ist, so erkennt man Folgendes. Befindet sich die Pappscheibe in einer Tiefe von 15 mm oder mehr unter dem oberen Ende des Rohres, so ist keine Einwirkung des Stromschlusses auf das Eisenpulver zu erkennen. Bei einer Tiefe von 10 mm dagegen ist ein Einfluss auf die centralen Eisentheilchen zu bemerken, während die in der Nähe des Randes befindlichen Theile keinerlei bestimmte Anordnung zeigen. Der Einfluss verstärkt sich bei geringerer Tiefe. Beträgt dieselbe nur noch 6 mm, so fliegen die Eisentheilchen an den Rand des Hohlcylinders.

Bei Verstärkung des Stromes auf ca. 5,5 Amp. sind die bei Einführung der Pappscheibe beobachteten Erscheinungen im wesentlichen dieselben. Nur reicht hier der merkbare Einfluss des Stromschlusses bis zu der grösseren Tiefe von 19 mm.

Die Erscheinungen zeigen aufs deutlichste das Vorhandensein einer Schirmwirkung. Denkt man sich nun unter Einwirkung einer schwachen magnetisirenden Kraft bei unverändertem äusseren Durchmesser die Wanddicke des Rohres nach innen mehr und mehr wachsend, bis aus dem Hohlcylinder ein Vollcylinder geworden ist, so liegt es wohl nahe, zu schliessen, dass das Hinzutreten von Eisenmassen in den inneren Hohlraum, die im ursprünglichen Hohlcylinder vorhandene Vertheilung der Magnetisirung nicht wesentlich ändern kann. Einen andernenden Einfluss werden allerdings die Eisentheile ausüben, welche man sich in der Nähe der Rohrenden anwachsen denkt. Aber dieser Einfluss dürfte nur geringfügig sein, da die vollständige Schirmwirkung, soweit sie aus dem Verhalten des Eisenpulvers geschlossen werden kann, bereits bei geringer Tiefe eintritt.

Ein wesentlich anderes Verhalten zeigt ein sehr kurzer

Hohlcylinder, bez. flacher Eisenring. In meinen Ausführungen¹⁾ hätte ich Cylinder von einer im Vergleich mit dem Durchmesser geringen Länge ausdrücklich ausnehmen müssen, ein Umstand, auf den bereits von Hrn. du Bois kritisch hingewiesen ist.²⁾

Bei einem schmiedeeisernen Ringe von 53,5 mm äusserem, 37,5 mm innerem Durchmesser, also einer radialen Breite von 8 mm, und einer axialen Dicke von 6,5 mm zeigen sich, wenn die Axen von Ring und Magnetisirungsspule zusammenfallen, Erscheinungen, wie sie ähnlich im Innern von langen Hohlcylindern in der Nähe des einen Endes auftreten.

Bringt man, während der Ring *AA* (s. Fig. 2) auf horizontaler Unterlage ruht, bei etwa 2 Amp. in den inneren Ringraum Eisenpulver, so richtet sich dieses in der Mitte *m* auf, während die Eisentheilchen *r* am Rande unbewegt bleiben. Die Grenze zwischen den beeinflussten und in Ruhe gebliebenen Eisentheilchen ist scharf ausgeprägt. Der Durchmesser von *m* fand sich gleich 25 mm, so dass die Breite des Randes 6,2 mm beträgt, eine Zahl, die wohl nur zufällig mit der Dicke des Ringes 6,5 mm merklich übereinstimmt.

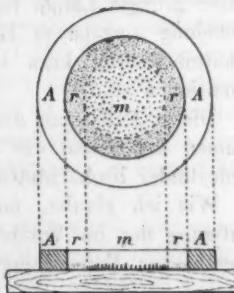


Fig. 2.

Sehr schön wurde die oben beschriebene Erscheinung bei Verstärkung des Stromes. Bei ca. 5,5 Amp. schossen die mittleren Eisentheile baumartig in die Höhe, während die Randtheilchen ruhig liegen blieben.

Offenbar ist bei einem derartigen flachen Ringe oder kurzen Hohlcylinder eine Schirmwirkung nur für Partien am Innerrande, dagegen nicht für die centralen Stellen vorhanden. Die Magnetisirung eines Ringes wird demnach eine wesentlich andere sein als diejenige einer cylindrischen Scheibe von gleichen Aussen-dimensionen. Bei einer solchen werden bei geringer Sättigung jedenfalls auch die centralen Theile merklich magnetisiert sein.

1) O. Grotian, Wied. Ann. 50. p. 737. 1898.

2) du Bois, Wied. Ann. 51. p. 536. 1898.

Diese Schlussfolgerung ist in Uebereinstimmung mit den Versuchsergebnissen, zu denen kürzlich Hr. Ernst Schulz¹⁾ gelangt ist. Derselbe hat bei verschiedenen Werthen der magnetisirenden Kraft die Kraftlinienzahl für eine Lahmeyer-sche Maschine bestimmt, deren Electromagnete durch einen Strom aus besonderer Quelle erregt wurden. Beim allmählichen Wegnehmen der axialen Eisentheile der Schenkel fand sich, dass die Kraftlinienzahl auch für geringe Sättigungsgrade merklich dem Querschnitt proportional ist.

Es ist das ein Versuchsergebniss, welches mit dem anfangs von mir gefundenen nicht übereinstimmt. Hr. E. Schulz schiebt die Abweichung dem Umstände zu, dass bei meinen Versuchen Eisencylinder von einer im Verhältniss zum Durchmesser grossen Länge benutzt wurden, während die von der Wickelung umgebenen Electromagnete der Versuchsmaschine verhältnissmässig kurz im Vergleich mit den Querschnittsdimensionen sind.²⁾

Dieser Auffassung des Hrn. E. C. Schulz kann ich nur zustimmen auf Grund der an dem Flachringe und dem langen Hohlcylinder beobachteten Erscheinungen.

Wie ich glaube, muss man bei unbefangener Berücksichtigung der im Vorstehenden und Wied. Ann. 50. p. 705 mitgetheilten Versuchsergebnisse zu folgendem Schlusse gelangen:

Die Theile eines gegen den Durchmesser nicht zu kurzen Eisencylinders, der durch ein homogenes Feld in der Richtung der Axe magnetisch erregt wird, sind bei geringem Sättigungs-grade sehr verschieden stark magnetisiert, derart, dass die Magnetisirung der peripherischen Partien erheblich grösser ist als diejenige der axialen Theile.

Aachen, Mai 1894.

1) Ernst Schulz, E. T. Z. 15. p. 80. 1894.

2) Nach mir gewordener Mittheilung beträgt für den Querschnitt die Höhe 50 mm, die Breite 100 mm. Die Schenkel haben in ihrer Axe gemessen bis zum Ansatz der Rückplatte eine Länge von 44 mm.

10. *Magnetisches Verhalten
des Moraviczaer Magnetits und des Stahles bei
starken magnetisirenden Kräften und deren
magnetische Momente in absoluten Maassen;
von Anton Abt.*

(Aus den Abhandlungen des Siebenbürger Museum-Vereins. II. Naturwissenschaftliche Section 1893. 2. Heft. Vom Verf. mitgetheilt.)

Im Jahre 1892¹⁾) hatte ich meine Versuchsresultate über das magnetische Verhalten zweier Magnetitexemplare von verschiedener Zusammensetzung aus Moravicza im Vergleiche zu glashartem Stahl mitgetheilt. Magnetit und Stahl erhielten die Form eines vierseitigen rechtwinkeligen Prismas von gleichen Dimensionen und wurden in einer 20 cm langen Spirale aus 441 Windungen und 2 mm starkem Kupferdraht mittels electrischen Stromes magnetisirt, dessen Intensität bis etwa 8 Amp. gesteigert wurde.

Bei dieser Stromstärke war der permanente Magnetismus des einen Magnetitexemplars I₁, dessen Eisengehalt 67,5 Proc. betrug und dessen Maasse 9,17, 2,5, 1,67 cm waren, 1,82 mal, der des zweiten Exemplars II₁ (61,4 Proc. Fe und 8,41, 2,41, 1,92 cm) 2,43 mal grösser, als der des Stahls, wobei weder der Magnetit noch der Stahl das Maximum seines Magnetismus erreicht hatte.

Durch Anwendung von starken Strömen einer dynamoelectricischen Maschine, deren Intensitäten mittels eines Hartmann'schen Ampèremeters gemessen wurden, und mittels der erwähnten Magnetisirungsspirale habe ich den Magnetismus dieser prismatisch geformten Körper bis zum Maximalwerthe gesteigert und den permanenten Magnetismus derselben mittels eines empfindlichen Magnetometers mit Spiegelablesung gemessen, wobei die Stromstärke bis zu 40 Amp. gesteigert wurde.

1) A. Abt, Ann. der Phys. u. Chem. 45. p. 80. 1892.

Bei der am 13. und 14. Juni 1893 mit dem Magnetit und Stahl II₁ ausgeführten Magnetisirungsversuchen erreichte der Stahl bei der Stromstärke von 16 Amp. den Sättigungspunkt, der Magnetit aber nicht, obwohl auch dieser demselben nahe war, da die bei dieser Stromstärke beobachtete Zunahme des Magnetismus eine geringe war.

In diesem Zustande, wo der Magnetit II₁ in der ersten Hauptlage nach Gauss in einer Entfernung von 120,63 cm vom Magnetometer bei einem Scalenabstand vom Spiegel von 210 cm einen Ausschlag von 11,5, und der Stahl II₁ einen von 8,5 Scalentheilen ergab, wurde an demselben Tage das magnetische Moment von beiden nach der Gauss'schen Methode aus Schwingungs- und Ablenkungsversuchen mittels Fernrohrs, Scala und Spiegels bestimmt.

Noch vor diesen Versuchen untersuchte ich den permanenten Magnetismus der beiden Prismen, und fand, dass derselbe seit April 1891 keine namhafte Schwächung erlitt.

Die nunmehr vorgenommenen Bestimmungen der magnetischen Momente ergaben folgende Resultate:

$$\begin{array}{ll} \text{Magnet. Moment des Magnetits II}_1 = 1115,256 \text{ C}^{\frac{1}{2}} \text{ G}^{\frac{1}{4}} \text{ S}^{-1}, \\ \text{ " " " Stahls II}_1 = 850,480 \text{ C}^{\frac{1}{2}} \text{ G}^{\frac{1}{4}} \text{ S}^{-1}. \end{array}$$

Die zur Bestimmung nöthigen Grössen waren folgende:

	Magnetit	Stahl
Gewicht	183,82 G.	316,75 G.
Länge	8,41 C.	8,50 C.
Breite	2,41 C.	2,45 C.
Trägheitsmoment	1172,40677 C ² G.	2085,53969 C ² G.
Schwingungsdauer	7,394 S.	11,2925 S.
Red. Schwingungsd.	7,3989 S.	11,2921 S.
Torsionsverhältniss	0,00513	0,00917
$M H$	210,59 C ² G S ⁻² .	158,426 C ² G S ⁻² .
$M : H$	5906,75 C ³ .	4565,6 C ³ ,

wo M das magnetische Moment, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus bedeutet.

Bei den Ablenkungsversuchen zur Bestimmung von $M : H$, welche mit einem Magnetometer aus Edelmann's Werkstätte ausgeführt wurden, wurde der ablenkende Magnet in der Ost-West-Richtung aufgestellt, wobei $r = 71,025$ cm und $r_1 = 51,025$ cm war. Die beobachteten Ablenkungen in Scalentheilen ausgedrückt waren:

beim Magnetit 53,0, 52,5, 52,5, 53,5, Mittel 52,8, und
144,0, 144,5, 143,5, 143,5, „ 143,8;
beim Stahl 40,2, 40,5, 40,2, 41,5, „ 40,6, und
109,5, 111,5, 108,7, 110,5, „ 110,05;

die Entfernung der Scala vom Spiegel betrug 792,3 Scalentheile.

Aus diesen Resultaten ergiebt sich, dass in diesem Zustande das magnetische Moment des Magnetits 1,31 mal grösser war, als das des Stahls. Dasselbe Verhältniss erhält man unmittelbar aus den Ablenkungen; denn es ist $52,8 : 40,6 = 1,30$ und $143,8 : 110,05 = 1,30$. Noch günstiger gestaltet sich das Verhältniss für den Magnetit, wenn man mit Berücksichtigung der Gewichte die specifischen Magnetismen bestimmt. Dieser ist in diesem Zustande für Magnetit 6,067, für Stahl 2,685, und das Verhältniss beider 2,26. Dies ist der Vortheil dieses Magnetits im Vergleich zu Stahl, betreffend den permanenten Magnetismus. Die Nachtheile desselben sind grössere Zerbrechlichkeit und der Umstand, dass Lamellen oder Nadeln unter 1 mm Dicke schwer herzustellen sind, obwohl er vollkommen frei von Sprüngen und Rissen ist und sich gut schleifen lässt.

Wie schon erwähnt wurde, erreichte der Stahl bei diesen magnetisirenden Kräften das Maximum seines Magnetismus, der Magnetit aber nicht. Um auch bei diesem den Sättigungspunkt zu erreichen, habe ich am 22. und 23. Juni beide Körper bei Anwendung derselben Spirale mit oftmaliger Unterbrechung der angewandten starken Ströme wiederholt magnetisiert, bis das Maximum erreicht war. Das Resultat, welches mit demselben Magnetometer aus derselben Entfernung von 120,36 cm erhalten wurde, war folgendes:

	vor dem Magnetisiren	nach dem Magnetisiren	<i>J</i>
am 22. Juni:	Stahl 8,5 Scalenth.	8,5 Scalenth.	25 Amp.
	Magnetit 11,5 „	13,5 „	25 „
am 23. Juni:	Stahl 8,5 „	8,5 „	25 „
	Magnetit 13,5 „	13,5 „	26,3 „

wo *J* die Stromstärke bedeutet in Ampères ausgedrückt.

Dass bei diesen Versuchen auch der Magnetit seinen Sättigungspunkt erreichte, bewies ein fernerer Versuch mit einer Magnetisirungsspirale mit 454 Windungen und 3,5 mm

Drahdurchmesser, in welcher die Stromintensität bis auf 40 Amp. gesteigert werden konnte, wobei jedoch keine weitere Zunahme des Magnetismus beobachtet wurde.

Bei diesem Maximum des permanenten Magnetismus des Magnetits II_1 ergab sich die Schwingungsdauer desselben aus zwei Beobachtungsreihen 6,944 und 6,947, im Mittel 6,9455 Sec.; die durch denselben bei ostwestlicher Lage aus den Entfernungen $r = 71,025$ cm und $r_1 = 51,025$ cm bewirkten Ablenkungen 60,67 und 165,7 Scalentheile, das berechnete magnetische Moment $M = 1165,15 \text{ C}^{\frac{1}{2}} \text{ G}^{\frac{1}{2}} \text{ S}^{-1}$, und sein spezifischer Magnetismus 6,327. Es sind also diese Maximalwerthe des Magnetits 1,37 mal resp. 2,356 mal grösser als jene des Stahles.

Ausser dem Magnetit und Stahl II_2 habe ich noch das Magnetitprisma II_3 von derselben Zusammensetzung wie II_1 , ferner das Magnetitprisma I_1 und ein dreiseitiges Magnetitprisma ΔM , dessen Eisengehalt¹⁾ und Structur von I_1 kaum etwas verschieden ist, sowie die entsprechenden Prismen aus glashartem Stahl bis zum Sättigungspunkte magnetisirt und deren permanenten Magnetismus in der erwähnten Weise bestimmt. Die erhaltenen Resultate habe ich in den drei folgenden Tabellen I, II, III zusammengestellt, in welchen J die Stromintensität in Ampères, T die Dauer des Stromschlusses in Secunden, M Magnetit, A Stahl bedeutet. Die Zahlen der Rubriken M und A drücken die magnetischen Momente in Scalentheilen aus.

I.				II.			
Magnetisches Moment des Magnetits und Stahles II_3				Magnetisches Moment des Magnetits und Stahles I_1			
J	T	M	A	J	T	M	A
0	0	6,00	1,80	0	0	2,6	1,9
11	60	9,75	3,70	10,5	60	6,7	4,5
16	60	10,90	5,25	15	60	8,5	5,7
26	60	12,50	6,60	26	60	10,0	7,8
37	30	12,50	7,90	36	30	10,5	9,5
				42	10	10,5	9,6

1) Béla Ruzieska findet den Mittelwerth des Eisengehaltes dieses Magnetits aus zwei durchgeführten Analysen zu 67,85 Proc. Das spezifische Gewicht beträgt 4,921.

III.

Magnetische Momente der dreiseitigen Prismen ΔM und ΔA .

		ΔM		ΔA			
		Kantenlänge	14,08 cm	Seitenlänge	14,05 cm		
31. Juli	0	0	0	2,49	2,487	"	
	3,4	60	22,8	24,5	10,0	90	35,9 60,0
	3,4	120	24,0	24,8	15,5	90	39,0 68,5
1. Aug.	0	0	22,5	23,0	20,5	60	40,0 70,0
	5,3	60	29,6	34,0	26,0	30	40,0 70,5
	5,3	120	30,0	34,0	26. Aug.	0	38,5 69,5
9. Aug.	0	0	30,5	32,0	38,0	1	40,9 —
	9,1	90	33,6	46,5	38,0	15	40,9 —
	9,1	120	34,0	48,0	45,0	1	40,9 74,5
22. Aug.	0	0	32,5	43,5	45,0	30	40,9 73,25
	8,0	15	34,5	52,0	47,0	15	40,9 74,5

Es ist zu bemerken, dass die Entfernung der Mittelpunkte der dreiseitigen Prismen von dem Mittelpunkte des abgelenkten Magnets des Magnetometers bei der Beobachtung des permanenten Magnetismus nur 87,08 cm, bei II_2 und I_1 hingegen 120,63 cm betrug. Die Zahlen jener Zeilen der Tabelle III, wo in den Rubriken L und T Nullen vorkommen, bedeuten den seit der letzten Magnetisirung beibehaltenen permanenten Magnetismus. Das Ansteigen des permanenten Magnetismus dieser Prismen mit der Stromstärke, ist durch die Curven in Fig. 1 ersichtlich gemacht, in welcher M die Curve des Magnetits, A die des Stahls bedeutet. Die grösseren Verluste an permanenten Magnetismus dieses Stahlprismas kommen daher, weil der Stahl nicht ganz glashart war.

Die angenäherten Werthe der magnetischen Momente nach absolutem Massse der Magnetit- und Stahlprismen I_1 und II_2 , sowie der dreiseitigen Magnetit- und Stahlprismen, habe ich mit Rücksicht auf die geringe Länge des abgelenkten Magnets aus dem bekannten magnetischen Moment ($1165,15 \text{ C}^{\circ} \text{ G}^{\circ} \text{ S}^{-1}$) des Magnetitprismas II_1 aus den Magnetometer-Ablenkungen, welche diese Prismen bei derselben Entfernung von 120,63 cm bewirkten und aus deren Polabständen nach der Näherungsformel

$$M = \frac{1}{2} r^3 H \left(1 - \frac{1}{2} \frac{P}{r^2} \right) \operatorname{tg} \varphi ,$$

berechnet. Bezeichnet man den Polabstand des Magnetitprismas Π_1 mit l_1 , sein magnetisches Moment mit M_1 und die entsprechende Ablenkung mit n_1 , so ist weil r und H denselben Werth haben, das gesuchte Moment

$$M = \frac{M_1}{(L^3 - \frac{1}{2} l_1^2) n_1} \cdot n (L^2 - \frac{1}{2} l^2).$$

Bei der Berechnung wurde für den Polabstand l $5/6$ der Stablänge genommen, und $\operatorname{tg} \varphi$ in Scalentheilen gemessen.

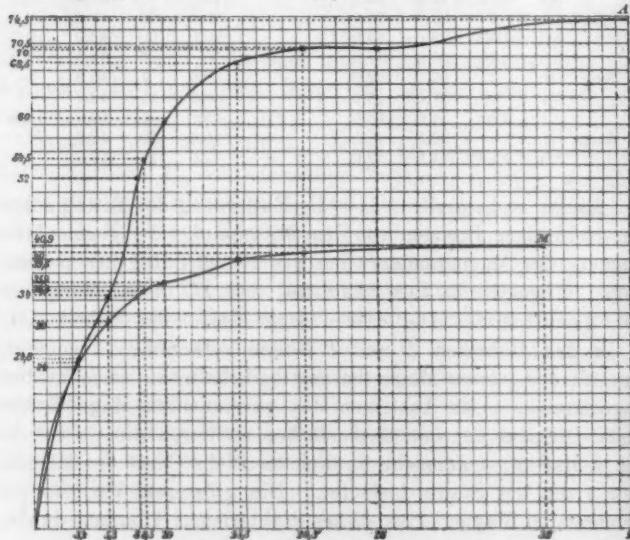


Fig. 1.

Die erhaltenen Resultate, sowie die specifischen Magnetismen, die Gewichte, den Eisengehalt und die Polabstände findet man in der folgenden Tabelle IV zusammengestellt.

IV.

Die magn. Momente in absolutem Maasse und die spec. Magnetismen.
Prisma Gewicht Eisengehalt Polabstand Ablenkung Mag. Mom. Sp. Magn.

M_{Π_1}	183,820	61,42 %	7,008	13,5	1165,1500	6,327
M_{Π_2}	181,190	61,42	7,008	12,5	1079,6280	5,958
A_{Π_1}	809,052	—	7,008	7,8	673,1925	2,178
M_{I_1}	142,492	67,527	7,583	10,7	923,2228	6,479
A_I	241,630	—	7,583	9,7	836,9402	3,464
ΔM	184,452	67,85	11,750	15,0	1139,7452	6,179
ΔA	300,948	—	11,750	27,5	2089,5328	6,943

M bedeutet Magnetit, *A* Stahl; die Gewichte sind in Grammen, die Polabstände in Centimetern, die Ablenkungen in Scalenthieilen ausgedrückt.

Aus diesen sowie aus meinen früheren Resultaten folgt:

1. Dass der specifische Magnetismus des Magnetits mit der Länge des Stabes zunimmt, wie dies bei Stahl bekannt ist, dass aber die Zunahme nicht so bedeutend ist, wie bei Stahl. Infolge dessen ist bis zu einer gewissen Länge der specifische Magnetismus des Magnetits, über diese hinaus, hingegen der des Stahls, der überwiegende. So sind z. B. bei den Magnetstäben I_2 und ΔM , deren Eisengehalt nur in den Zehnteln verschieden ist, und deren Längen 9,1 resp. 14,1 cm betragen, die entsprechenden specifischen Magnetismen 6,481 resp. 7,018 cm; hingegen bei den Stahlprismen von denselben Dimensionen 3,464 resp. 7,886 cm. Es ist also der specifische Magnetismus des 9,1 cm langen Magnetitprismas 1,87 mal grösser, als der des Stahls von gleicher Länge, während bei den 14,1 cm langen Prismen der specifische Magnetismus des Stabes 1,123 mal grösser ist, als der des Magnetits.

2. Dass bei kürzeren Stäben der permanente Magnetismus des Magnetits den des Stahls nicht nur bei geringen, sondern auch bei sehr starken magnetisirenden Kräften bis zum Sättigungspunkte überwiegt, so dass beim Sättigungspunkt der permanente Magnetismus des Magnetits I_1 1,87 mal, der des Magnetits II_1 2,26 mal und der von II_2 2,75 mal grösser ist, als bei den Stahlprismen von gleichem Volumen.

3. Dass diese Verhältnisszahl mit der magnetisirenden Kraft sich ändert; sie ist anfangs zunehmend bis zu einem Maximum, dann abnehmend bis zum Sättigungspunkt des Stahls; von hier an wieder zunehmend bis zum Sättigungspunkt des Magnetits, und dann erst constant.

4. Dass der Magnetit bis zu einer gewissen Stablänge den grössten specifischen Magnetismus hat unter den bekannten magnetischen Körpern.

5. Dass der permanente Magnetismus des Magnetits bei Anwendung gleich starker entmagnetisirender Kräfte in stärkerem Maasse abnimmt, als der des Stahls, während das Ansteigen des permanenten Magnetismus bis zum Maximum bei Magnetit in gewissen Fällen langsamer erfolgt als bei Stahl, und dass

infolge dessen der für Eisen und Stahl geltige Satz von der Coercitivkraft auf Magnetit keine Anwendung findet, folgt sowohl aus den Versuchen von Holtz, sowie aus meinen anfangs citirten Versuchen, bei welchen die entmagnetisirende Kraft allmählich um fünf Einheiten gesteigert wurde.

Das Ansteigen des permanenten Magnetismus und das Verschwinden desselben beim Entmagnetisiren bei Anwendung starker magnetisirender Kräfte, habe ich bei den Magnetit- und Stahlprismen II₁ untersucht und die erhaltenen Resultate in der Tabelle V zusammengestellt. *J* bedeutet die Intensität in Ampères, das Vorzeichen die Richtung des angewandten Stromes, die Zahlen der Rubriken *M* und *A* den in Scalentheilen ausgedrückten permanenten Magnetismus des Magnetits und des Stahls.

V.

Umkehrung der Polarität bei den Magnetit- und Stahlprismen II₁.

<i>J</i>	<i>M</i>	<i>A</i>	<i>J</i>	<i>M</i>	<i>A</i>
- 87	- 12,6	- 7,9	+ 37,0	+ 12,7	+ 7,8
+ 2,5	- 6,5	- 4,5	+ 40,0	+ 12,8	+ 7,8
+ 6,5	+ 1,5	0,0	- 40,0	- 12,8	
+ 10,5	+ 6,5	+ 2,9	+ 40,0	+ 12,8	
+ 16,5	+ 9,0	+ 4,9	- 40,0	- 12,8	
+ 26,5	+ 12,0	+ 6,8	+ 40,0	+ 12,8	
			- 40,0	- 12,8	

Auch diese Versuche zeigen, dass auch bei Magnetit geringere Kräfte nöthig sind zur Entmagnetisirung, als zur Magnetisirung, und dass die Polarität desselben schneller wechselt, als die des glasharten Stahls. Während zur Erreichung des Maximums 26—37 Amp. nöthig waren, fand die Umkehrung der Polarität bei zwei nacheinander erfolgten Umkehrungen, wie die magnetischen Curven (Fig. 2, p. 757) zeigen, schon bei einer Stromstärke von 5,7 Amp. statt, die des Stahls bei 6,5 Amp.

Bei starken Strömen ist ein kurzer Stromschluss von etwa 2 Secunden hinreichend zur Erreichung des Maximums, wie die letzten Zeilen der Tabelle V zeigen.

6. Es kann nicht allgemein behauptet werden, wie Holtz¹⁾ es that, dass Magnetit bei allmählich ansteigenden magneti-

1) Holtz, Ann. der Phys. u. Chem. 5. p. 169. 1878.

sirenden Kräften das Maximum des permanenten Magnetismus früher erreicht, als harter Stahl von gleichem Volumen. Bei meinen mit Magnetitprismen von verschiedener Zusammensetzung und Länge angestellten Versuchen, erreichte der

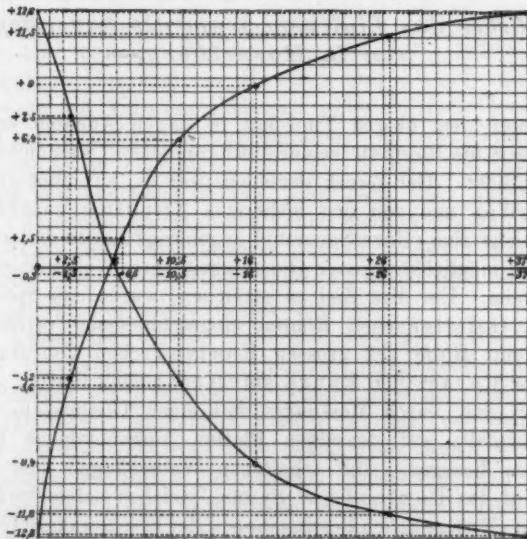


Fig. 2.

Magnetit II_1 später sein Maximum, als der Stahl II_1 , die Magnetite II_2 und I_1 fast zu gleicher Zeit, wie die gleich grossen Stahlprismen, nur das dreiseitige Magnetitprisma war früher gesättigt, als der Stahl von denselben Dimensionen.

11. Ueber das Linienspectrum des Sauerstoffs; von B. Hasselberg.

Unter dem obigen Titel hat in diesen Annalen neulich Hr. Eisig die Resultate seiner diesbezüglichen Untersuchungen veröffentlicht. Der Zweck derselben war es, auf photographischem Weg und von den bisherigen Resultaten unabhängig, sämtliche dem reinen Sauerstoff angehörige Linien festzulegen und mit möglichst grosser Genauigkeit ihre Wellenlängen zu bestimmen. Um dies Ziel zu erreichen, wurde das Spectrum des in Geissler'schen Röhren eingeschlossenen verdünnten Gases mit Hülfe des grossen Rowland'schen Concavgitters der Hrn. Kayser und Runge auf 50 cm langen Platten photographirt und durch Messungen mit einer Theilmaschine auf das ebenfalls auf denselben Platten aufgenommene Eisen-spectrum bezogen. Die erhaltenen Wellenlängen sind demnach auf das Rowland'sche System, welches bekanntlich den Kayser-Runge'schen Bestimmungen der Eisenlinien zu Grunde liegt, zurückgeführt. In Anbetracht der grossen Schärfe, welche die spectralphotographische Methode überhaupt und besonders mit Hülfe der Rowland'schen Gitter zu erreichen gestattet, hätte man nun wohl erwarten können, die Wellenlängen der Gaslinien mit einer Genauigkeit zu erhalten, welche derjenigen wenigstens nahe käme, die derselbe Apparat bei Untersuchung der Metallspectra thatsächlich gewährt. Dem scheint indessen nicht so zu sein; denn der Verf. gibt selbst an, dass, obwohl die Wellenlängen bis auf Hundertel der Å.-E. gemessen wurden, zwischen den Resultaten der einzelnen Platten Abweichungen von nicht weniger als 0,3 Å.-E. vorkommen. Der Grund hierzu kann, wie der Verf. hervorhebt, nur in Ver-rückungen oder Temperaturänderungen des Apparates während der langen Exposition von 2 bis 4 Stunden gesucht werden, und wenn daher schliesslich die definitiven Mittel auf die Zehntel der Å.-E. begrenzt und ihre mögliche Unsicherheit auf

0,1—0,2 Å.-E. veranschlagt sind, so kann man in dieser Beziehung dem Verf. nur beistimmen.

Unter solchen Verhältnissen lässt sich aber die Frage wohl aufwerfen, ob durch diese Untersuchung irgend welche nennenswerthe Erweiterung unserer bisherigen Kenntnisse dieses Spectrums wirklich erreicht worden ist. Ich glaube nicht. Zwar wird man den Bestimmungen des Verf., denjenigen von Schuster, Deslandres, Hartley und Adeney gegenüber, in Bezug auf Vollständigkeit und viellicht auch Genauigkeit, wohl einen gewissen Vorzug einräumen müssen, kaum aber in Verhältniss zu denjenigen von Trowbridge und Hutchins, welche mit ähnlichen Mitteln, aber nach einer besseren und gegen derartige systematische Fehler mehr gesicherten Methode, ausgeführt sind. Die letzteren dürften, obgleich in einzelnen Punkten nicht einwurfsfrei, jedoch als in der Hauptsache recht befriedigend angesehen werden können.

Ausser der bereits erwähnten liegt aber noch eine dem Verf. unbekannt gebliebene Untersuchungsreihe über denselben Gegenstand vor¹⁾), welche im hiesigen physikalischen Institute im Jahre 1891 ausgeführt worden ist, und bei welcher mit weit einfacheren Mitteln eine Genauigkeit erzielt wurde, die derjenigen wenigstens gleichkommt, welche den Resultaten der vorliegenden Arbeit beigemessen werden kann. Diese Untersuchung, welche in erster Linie den Zweck hatte, im Spectrum der Luft die Linien des Stickstoffs von denjenigen des Sauerstoffs möglichst scharf zu trennen, wurde mit Hülfe eines Spectrographen ausgeführt, der aus nur zwei grossen Steinheil'schen Flintglasprismen und ein paar Fernröhren aufgebaut war, von denen das als Camerarohr benutzte, eine Brennweite von etwa 4 Fuss hatte. Mit Hülfe dieser Apparate wurde das Spectrum zusammen mit demjenigen der Sonne auf Platten von der Grösse $7,5 \times 3,5$ cm photographirt. Durch Vergleichung mit Rowland's Atlas wurden die Wellenlängen ohne mikrometrische Messung ermittelt. Stellt man nun die von Neovius gewonnenen Resultate mit denjenigen des Verf. zusammen, so gelangt man zu der folgenden Uebersicht:

1) Neovius, *Bihang til K. Svenska Vet. Akad. Handlingar.* Bd. 17. Afd. I. Nr. 8. — *Beibl. d. Ann. d. Physik* 17. p. 563. 1893.

Eisig		Neovius		Eisig		Neovius		Eisig		Neovius	
λ	<i>J</i>										
3712,8	4	3712,9	3	4111,2	6	4111,0	3	4369,7	6	4369,7	4,5
27,5	3	27,4	2	12,4	5	12,2	3	98,4	5	96,3	4,8
49,6	2	49,8	1	14,2	6	14,0	4	4415,8	1	15,0	1
54,7	6	54,7	4	19,5	2	19,3	2	17,4	2	17,2	1
57,8	6	57,1	5	20,5	4	20,4	3	43,6	6	48,0	4,3
60,0	6	59,9	4	21,7	6	21,6	3	48,7	6	48,2	4,3
3851,2	6	51,3	3	33,2	5	33,0	2	52,8	5	52,4	4,3
57,4	6	57,5	4	42,4	6	42,3	3,4	65,8	6	65,8	3,4
64,8	5	64,9	3,2	44,0	6	43,6	3,4	66,7	6	—	—
82,5	3	82,7	2,3	46,3	5	46,1	3	68,4	6	67,8	4
3907,6	6	07,7	4,8	53,7	3	53,6	1	69,9	6	69,4	4,3
12,8	3	12,3	2,1	56,8	6	56,7	3	4591,4	3	91,0	2
19,6	4	19,5	3,2	69,5	6	69,5	3,2	96,5	4	96,3	3,4
45,3	4	45,3	3,2	85,8	4	85,5	1	4639,2	4	38,9	3,4
54,5	8	54,7	1,2	90,0	4	90,0	1	42,1	2	41,9	3,2
73,4	1	73,5	1	4317,4	3	17,1	2,1	49,5	1	49,2	2,3
83,0	4	83,0	3,2	19,9	3	19,6	2,1	51,2	4	51,0	4,3
4070,1	1	70,1	2	26,2	6	25,8	3,4	62,0	4	61,6	3,2
72,5	1	72,4	2	27,8	6	27,5	4,3	74,2	6	73,5	5
76,2	1	76,2	1	29,0	6	28,4	4	76,6	5	76,6	3
79,1	5	79,0	3,4	32,2	6	32,0	5	96,8	6	96,0	4,5
85,5	4	85,2	3	37,3	4	37,0	4,3	99,6	4	99,4	3
93,2	5	93,0	3	45,9	2	45,4	3,2	4701,5	6	—	—
96,9	6	96,9	4	47,8	3	47,5	4,5	03,4	6	—	—
97,8	4	—	—	49,8	1	49,8	2	05,7	4	05,6	3
4103,4	6	03,1	4,3	51,7	2	51,4	3	10,4	5	10,1	3
05,3	4	05,1	1,2	67,3	3	67,0	2,3				

Die hier aufgeführten Wellenlängen sind Mittel zweier Bestimmungsreihen, welche unter Anwendung von resp. Kupfer- und Aluminiumelectroden ausgeführt wurden. Im allgemeinen kann der wahrscheinliche Fehler bei Neovius auf etwa $\pm 0,1 \text{ \AA-E.}$ veranschlagt und die erzielte Genauigkeit in beiden Fällen demnach als gleich angesehen werden.

Vergleicht man nun die beiden Reihen mit einander, so findet man, dass die Werthe von Eisig fast durchgängig etwas grösser, als diejenigen von Neovius, im Mittel um etwa $\pm 0,2 \text{ \AA-E.}$; aus gefallen sind, wobei indessen die Differenzen mit der Wellenlänge zunehmen. Sieht man von diesen, unter den vorliegenden Umständen als verhältnismässig geringfügig zu erachtenden systematischen Unterschieden ab, so kann die Uebereinstimmung wohl als befriedigend, und beide Reihen als gleichwertig angesehen werden. Die Neovius'sche Reihe ist jedoch in Wirklichkeit etwas vollständiger, falls mehrere

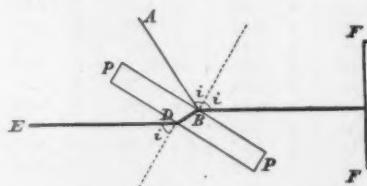
schwache Linien, welche dieselbe ausser den obigen enthält, dem Sauerstoff unzweifelhaft gehören.

Nach dem Obigen scheint es mir daher, dass durch die Arbeit des Verf. zu dem bereits Bekannten nichts wesentliches hinzugefügt worden ist, es sei denn die Erfahrung, dass für die Untersuchung lichtärmer Spectra, wie diejenigen der Gase, die grossen Gitterapparate einfacheren Mitteln gegenüber keine nennenswerthe Vortheile zu gewähren vermögen.

Stockholm, Akademie der Wissenschaften, April 1894.

12. Die günstigste Stellung einer Gauss'schen Platte; von B. Walter.

In allen Fällen, wo man einen von einer Fläche FF (siehe die Figur) genau senkrecht reflectirten Lichtstrahl näher zu untersuchen oder auch blos mit dem Auge aufzufangen hat, ist man genöthigt, sich einer zugleich reflectirenden und durchlassenden Platte PP zu bedienen, die, wie in der Figur gezeichnet, so aufgestellt wird, dass das von A oder E herkommende Licht bez. zuerst an der Platte zurückgeworfen wird, um sie dann auf dem Rückwege von FF her zu durchsetzen, oder umgekehrt zuerst durch die Platte hindurchgeht, um auf dem Rückwege an ihr reflectirt zu werden. Am bekanntesten ist die Anwendung einer solchen Platte vom sogenannten Gauss'schen



Ocular her; da es jedoch auch noch mehrere andere wichtige Verwendungsarten derselben gibt, so dürfte es sich empfehlen, jene specielle Bezeichnungsart einfach zu verallgemeinern und also allgemein von einer „Gauss'schen Platte“ zu sprechen, wie es in der Folge geschehen soll.

Eine solche Platte wurde bisher wohl ausschliesslich in der Weise aufgestellt, dass sowohl der reflectirte wie der gebrochene Strahl mit ihr einen Winkel von 45° bildeten. Man folgte indessen hierbei mehr einem Gefühl der Symmetrie als rein praktischen Beweggründen; denn es wird sich zeigen, dass jene Stellung wenigstens dann, wenn es auf die Erzielung einer möglichst grossen Lichtstärke ankommt, von der günstigsten weit entfernt ist.

Um dies zu beweisen, nenne ich den Einfallswinkel des Lichtes in Bezug auf die Platte i , und den dabei von ihr

reflectirten Bruchtheil des auffallenden Lichtes x , den durchgelassenen also $1 - x$, und nehme ferner zunächst an, dass jenes Licht in einem der beiden Hauptazimuthe, also entweder parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisirt sei. Derartiges Licht behält nämlich sowohl bei der Reflexion wie beim Durchgang durch die Platte stets seine ursprüngliche Polarisationsrichtung bei, so dass mithin bei dem mehrfachen Auftreffen des Lichtes auf die Platte die Grösse x stets denselben Werth behält — vorausgesetzt natürlich, dass der Einfallswinkel derselbe bleibt. Bei der Gauss'schen Platte ist dies, da der Strahl BC in sich selbst zurückkehrt, tatsächlich der Fall; und da ferner dabei das Licht, gleichviel ob es von A oder E kommt, stets eine Reflexion und zwei Durchgänge zu überstehen hat, so wird demnach die Intensität desselben durch die Platte auf das (1) $J = x(1 - x)^2$ fache abgeschwächt werden. Die Werthe von x , welche J zu einem Maximum oder Minimum machen, liefert die Gleichung

$$(2) \quad \frac{dJ}{dx} = (1 - x)(1 - 3x) = 0,$$

deren Wurzeln $x_1 = 1$ und $x_2 = \frac{1}{3}$ sind.

Genau genommen sollte die Gleichung (2) allerdings

$$\frac{dJ}{dx} \cdot \frac{dx}{di} = 0$$

heissen, und es wird also nicht bloss die Gleichung $(dJ/dx) = 0$, sondern auch die Gleichung $(dx/di) = 0$ Maxima oder Minima des Ausdrucks J liefern. Die letztere ergiebt aber für parallel zur Einfallsebene polarisirtes Licht, wo ja nach den bekannten Fresnel'schen Reflexionsgesetzen

$$x = \frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i + r)}$$

ist, (r ist der zu i gehörige Brechungswinkel und mit ihm durch das Brechungsgesetz $\sin i = n \sin r$ verbunden), nur die eine Lösung $i = 0$, d. h. den senkrechten Auffall, der, wie sich später zeigen wird, bald ein Maximum und bald ein Minimum des Ausdrucks J liefert; für senkrecht zur Einfallsebene polarisirtes Licht dagegen, wo

$$x = \frac{\operatorname{tg}^2(i - r)}{\operatorname{tg}^2(i + r)}$$

wird, ergeben sich zwei Lösungen, nämlich zunächst wieder $i = 0$, und dann noch $\operatorname{tg} i = n$, wovon die erstere den Ausdruck J ebenfalls wieder bald zu einem Minimum und bald zu einem Maximum macht, die zweite dagegen (d. i. der Polarisationswinkel) ihn natürlich stets ein Minimum werden lässt. Diese Maxima und Minima sollen als secundäre bezeichnet werden zum Unterschiede von denen, welche die Gleichung (2) liefert und die ich primäre Maxima oder Minima nennen werde.

Kehren wir zu diesen zurück, so ergiebt sich, dass für $x = x_1 = 1$ der zweite Differentialquotient

$$\frac{d^2 J}{dx^2} = 6x - 4$$

positiv, für $x = x_2 = \frac{1}{3}$ dagegen negativ wird, so dass mithin die erste Wurzel einem Minimum, die zweite einem Maximum von J entspricht. In der That muss ja, wenn $x = 1$ sein soll, das Licht streif auf die Platte fallen ($i = 90^\circ$), in welchem Falle aber natürlich kein Licht mehr von derselben hindurchgelassen wird. Für $x = 1$ wird auch tatsächlich $J = 0$. Praktisch ist deshalb nur der andere Fall, $x = x_2 = \frac{1}{3}$, von Bedeutung, welcher dem Maximum der von der Gauss'schen Platte gelieferten Lichtstärke entspricht. Den Maximalwerth selbst erhält man, wenn man jenen Werth $x = \frac{1}{3}$ in (1) einsetzt. Man findet

$$J_m = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{4}{27} = 0,148\overline{148} \dots ;$$

und es ergiebt sich somit als erstes Resultat dieser Betrachtungen der Satz, dass bei Anwendung von Licht, welches in einem der beiden Hauptzimuthe polarisiert ist, die von einer Gauss'schen Platte günstigstenfalls gelieferte Lichtstärke $\frac{4}{27}$ oder nahezu 15 Proc. von der ursprünglichen beträgt, wobei es gleichgültig ist, welches der Brechungsexponent der Platte ist.

Von Bedeutung wird in diesem Falle die letztgenannte Grösse erst dann, wenn es sich darum handelt, den Einfallswinkel i zu finden, für welchen jenes Optimum eintritt. Dieser Winkel nämlich bestimmt sich durch die oben gefundene Bedingung, dass dabei die reflectirte Lichtstärke $\frac{1}{3}$ von der

auffallenden sein muss, so dass derselbe demnach für parallel der Einfallsebene polarisiertes Licht aus den Gleichungen

$$(3) \quad \sin i = n \sin r$$

und

$$(4) \quad \frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i + r)} = \frac{1}{3};$$

für senkrecht dazu polarisiertes aus den Gleichungen (3) und

$$(5) \quad \frac{\operatorname{tg}^2(i - r)}{\operatorname{tg}^2(i + r)} = \frac{1}{3}$$

gefunden wird. Die Auflösung derselben ist einfach. Es ergibt sich danach der günstigste Einfallswinkel für parallel der Einfallsebene polarisiertes Licht durch die Bedingung

$$(6) \quad \cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{(2 + \sqrt{3})^2 - 1}} = 0,27\,812 \sqrt{n^2 - 1}$$

und für senkrecht dazu polarisiertes durch die Gleichung

$$(7) \quad \operatorname{tg} i = n \sqrt{\frac{n^2(2 \pm \sqrt{3})^2 - 1}{n^2 - 1}} = n \sqrt{\frac{n^2(7 \pm 6,9282) - 1}{n^2 - 1}}.$$

Im letzteren Falle gibt es also unter Umständen zwei Lösungen. Die eine davon, welche dem positiven Vorzeichen unter der Wurzel entspricht, ist für alle Werthe von n reell und liegt, da die Wurzel dann stets > 1 , $\operatorname{tg} i$ also stets $> n$ wird, zwischen dem Polarisationswinkel φ (für welchen ja $\operatorname{tg} \varphi = n$ ist) und dem streifenden Eintritt. Während demnach für diese beiden Grenzwerthe $i = \varphi$ und $i = 90^\circ$ bei senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Licht die von der Gauss'schen Platte gelieferte Intensität $J = 0$ wird, erreicht dieselbe für einen bestimmten Einfallswinkel dazwischen unter allen Umständen den primären Maximalwerth $J_m = \frac{4}{37}$.

Damit ferner die Gleichung (7) noch eine zweite Lösung besitzt, muss $n^2(2 - \sqrt{3})^2 > 1$ oder $n^2 > (2 + \sqrt{3})^2$ oder $n > 2 + \sqrt{3} = 3,73\,205$ sein. Wenn dieser Fall freilich in der Natur bei durchsichtigen Stoffen kaum vorkommen dürfte, so ist es doch von Interesse, ihn etwas näher zu verfolgen; denn während für $n > 2 + \sqrt{3}$ die Gleichung (7) zwei Lösungen liefert, besitzt für dieselben Werthe von n die Gleichung (6)

gar keine Lösung mehr, da dann, wie man sieht, die rechte Seite > 1 wird.

Die Verhältnisse werden am klarsten, wenn man zunächst den Grenzfall $n = 2 + \sqrt{3} = 3,73\,205$ betrachtet, für welchen beide Gleichungen dieselbe Lösung $i = 0$ ergeben. In diesem Falle befindet sich demnach die Gauss'sche Platte für jede Polarisationsrichtung dann in der Maximalstellung, wenn das Licht senkrecht auf sie fällt. Thatsächlich ist auch für $n = 2 + \sqrt{3}$ der bei senkrechter Incidenz reflectirte Bruchtheil

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = \frac{1}{3}.$$

Da aber dieser Bruchtheil bekanntlich bei parallel der Einfallsebene polarisirtem Licht von 0° bis zu 90° Einfallswinkel continuirlich wächst, inzwischen also niemals mehr den Werth $\frac{1}{3}$ erlangt, so kann in diesem Falle auch nur die eine Maximalstellung bei $i = 0^\circ$ vorhanden sein und die von der Gauss'schen Platte gelieferte Intensität muss also von hier aus bis zu $i = 90^\circ$ hin continuirlich abnehmen. Bei senkrecht zur Einfallsebene polarisirtem Licht nimmt dieselbe mit zunehmendem Einfallswinkel allerdings zunächst auch ab — wenn freilich auch gerade aus dem entgegengesetzten Grunde wie oben, da nämlich hier der reflectirte Bruchtheil von $x = \frac{1}{3}$ aus zunächst continuirlich abnimmt —; aber nur bis zum Polarisationswinkel hin¹⁾, und von hier aus erfolgt, wie stets, bis zu $i = 90^\circ$ hin eine sehr schnelle Zunahme der reflectirten Intensität von $x = 0$ bis $x = 1$ hin, so dass inzwischen auch $x = \frac{1}{3}$ und die Gauss'sche Platte noch einmal in der wirklichen primären Maximalstellung gewesen sein muss.

Ist ferner $n > 2 + \sqrt{3}$, so wird für parallel der Einfallsebene polarisierte Strahlen die reflectirte Intensität auch schon für senkrechten Auffall $> \frac{1}{3}$, und kann diesen Werth also auch zwischen 0° und 90° nicht mehr annehmen, so das mit hin in Uebereinstimmung mit oben eine primäre Maximalstellung der Platte dann nicht mehr möglich ist, der senkrechte Auffall vielmehr nur ein secundäres Maximum darstellt. Für

1) Derselbe ist hier genau gleich 75° , da $\operatorname{tg} 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$.

senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht dagegen nimmt wie stets so auch hier der reflectirte Bruchtheil vom senkrechten Auffall bis zum Polarisationswinkel hin gleichmässig ab, muss also, da er bei ersterem $> \frac{1}{3}$ war, inzwischen einmal $= \frac{1}{3}$ gewesen sein. Die Platte hat demnach in diesem Falle auch zwischen 0° und dem Polarisationswinkel eine primäre Maximalstellung, so dass dem senkrechten Auffall ein secundäres Minimum entsprechen wird. Ein zweites primäres Maximum liegt natürlich auch hier, wie stets, zwischen Polarisationswinkel und streifendem Auffall.

Ist endlich $n < 2 + \sqrt{3}$, wie es in der Praxis stets der Fall ist, so haben die beiden Gleichungen (6) und (7) je *eine* Lösung, welche bei parallel der Einfallsebene zwischen 0° und 90° liegen kann, bei senkrecht dazu polarisierten dagegen wie stets zwischen dem Polarisationswinkel und 90° liegen muss. Im ersten Falle stellt der senkrechte Auffall, wie leicht einzusehen ist, ein secundäres Minimum, im zweiten ein ebensolches Maximum dar.

Um aber auch für die in der Praxis möglichen Fälle die günstigste Stellung der Gauss'schen Platte für die beiden besprochenen Lichtarten sofort übersehen zu können, sind in den folgenden beiden Tabellen die günstigsten Einfalls-winkel i nach den Formeln (6) und (7) ausser für Crown- und Flintglas auch noch für Flusspath und Diamant berechnet, weil diese beiden Stoffe gewissermaassen die Grenzwerthe für die Brechungsexponenten fester durchsichtiger Körper aufweisen. In der ersten Tabelle sind außerdem noch die Werthe J_0 und J_{45} für die betreffenden Stoffe hinzugefügt, d. h. die von einer Gauss'schen Platte aus der betr. Substanz bei einem Einfallswinkel $i = 0^\circ$ bez. $i = 45^\circ$ gelieferten Lichtstärken. Die Werthe von J_0 gelten natürlich auch für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht. In der zweiten Tabelle findet man außer den Werthen von i auch noch die des Polarisationswinkels φ der betr. Substanz angegeben, der hier im Gegensatz zu i die ungünstigste Stellung der Platte darstellt.

Tabelle I.
Günstigste Einfallswinkel für parallel zur Einfallsebene polarisiertes Licht.

	<i>n</i>	<i>i</i>	J_0	J_{45}
Flusspath . . .	1,435	73° 22' 00"	0,0299	0,0654
Crownglas . . .	1,52	71 26 10	0,0307	0,0789
Flintglas . . .	1,65 ¹⁾	68 35 30	0,0584	0,0969
Diamant . . .	2,42	52 12 00	0,1181	0,1470

Tabelle II.
Günstigste und ungünstigste Einfallswinkel für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht.

	<i>n</i>	<i>i</i>	φ
Flusspath . . .	1,435	82° 14' 15"	55° 07' 45"
Crownglas . . .	1,52	82 19 10	56 39 35
Flintglas . . .	1,65 ¹⁾	82 32 30	58 46 55
Diamant . . .	2,42	84 12 25	67 32 55

Bei parallel zur Einfallsebene polarisiertem Licht muss also die Gauss'sche Platte, wenn sie das Licht möglichst wenig schwächen soll, eine um so schiefere Stellung zum durchgehenden Strahle einnehmen, je kleiner der Brechungsexponent der Platte ist, während bei senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Licht — in den angegebenen Grenzen wenigstens — das umgekehrte der Fall ist. Für Werthe von *n* dagegen, welche kleiner als

$$\sqrt{1 + \sqrt[4]{3}} - 6 = 1,40123$$

sind, verhalten sich beide Lichtarten in dieser Beziehung gleich, da nämlich der Winkel *i* der Gleichung (7), wie sich leicht nachweisen lässt, für den angegebenen Werth von *n* seinen Minimalwerth 82° 18' 44" erreicht.

Vergleicht man ferner, um den Vorzug der günstigsten Stellung gegenüber der bisher gebräuchlichen, bei der *i* = 45° war, zu würdigen, die unter J_{45} in der Tabelle I stehende Zahl mit dem Maximalwerthe $J_m = 0,148148 \dots$, so sieht man, dass die erstere beim Diamant zwar der letzteren schon

1) Ein höherer Werth von *n* wurde nicht genommen, weil die schwereren Flintgläser sehr bald an der Oberfläche anlaufen.

sehr nahe kommt, was wegen der Nähe des günstigsten Einfallswinkels auch nicht auffällig ist, dass dagegen beim Kronglase die Intensität in diesem Falle bei der 45° Stellung nur wenig mehr als die Hälfte von der bestenfalls zu erzielen den wird.

Noch weit ungünstiger wird dieses Verhältniss, wenn man es mit *unpolarisiertem* Lichte zu thun hat, ein Fall, der für die Praxis entschieden der wichtigste ist, und zu dessen theoretischer Behandlung ich jetzt übergehe.

Das unpolarisierte Licht kann man ansehen als zur Hälfte parallel und zur Hälfte senkrecht zur Einfallsebene polarisiert, so dass nach den zwei Durchlassungen und der einen Reflexion, welche das Licht an der Gauss'schen Platte zu überstehen hat, jede dieser Hälfte genau auf denselben Bruchtheil abgeschwächt sein muss, wie dies früher bei dem entsprechenden einfach-polarisierten Lichte der Fall war. Nennt man jetzt den Bruchtheil, auf den bei der Reflexion unter einem Einfallswinkel i das parallel zur Einfallsebene polarisierte Licht abgeschwächt wird, wie früher x , den entsprechenden für das senkrecht dazu polarisierte aber y , so muss demnach die gesammte von der Gauss'schen Platte gelieferte Lichtstärke in diesem Falle

$$(8) \quad J = \frac{1}{2} [x(1-x)^2 + y(1-y)^2]$$

betrugen, wo

$$(9) \quad x = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)};$$

$$(10) \quad y = \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)};$$

$$(11) \quad \sin i = n \sin r$$

ist; und es handelt sich nun darum, denjenigen Winkel i zu finden, für welchen J ein Maximum wird. Zu diesem Zwecke hat man den Differentialquotienten von J nach i gleich Null zu setzen. Man verfährt dabei am zweckmässigsten, wenn man durch die Gleichung

$$(12) \quad \sqrt{x} + \sqrt{y} = s$$

eine neue Variable s einführt, für welche sich aus den Gleichungen (9), (10) und (11) noch die Beziehung

$$(13) \quad \sqrt{xy} = ms - 1$$

ergiebt, wo zur Abkürzung

$$(14) \quad \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} = m$$

gesetzt ist.

Schreibt man nämlich den Ausdruck (8) in der Form

$$J = \frac{1}{2} [(x + y) - 2(x^2 + y^2) + (x + y)(x^2 - xy + y^2)]$$

so kann man für die allein darin vorkommenden Größen $x + y$; $x^2 + y^2$ und xy leicht vermittelst (12) und (13) die entsprechenden Werthe von s einsetzen, wobei die Glieder mit s^0 und s^1 herausfallen. Man findet nämlich

$$J = \frac{1}{2} [s^6 - 6ms^5 + (9m^2 + 4)s^4 - 2m(m^2 + 5)s^3 + 2(m^2 + 1)s^2].$$

Bildet man den Differentialquotienten dieses Ausdrucks, um ihn gleich Null zu setzen, so kann man zunächst den Factor s herausnehmen, so dass auch der Werth $s = 0$ eine Lösung der Aufgabe darstellen muss. Dieselbe entspricht dem streifenden Eintritt, denn für $s = 0$ folgt aus (12) und (13), dass $\sqrt{x} = -\sqrt{y} = 1$ sein muss, Beziehungen, die tatsächlich für $i = 90^\circ$ galten, da \sqrt{x} und \sqrt{y} die Amplituden des reflectirten Lichtes bedeuten. Der Ausdruck J wird in diesem Falle selbstverständlich ein Minimum, wie auch die Bildung von $d^2 J/ds^2$ sofort lehrt.

Es mag hier noch hinzugefügt werden, dass auch der senkrechte Auffall ($i = 0$) auch bei gewöhnlichem Licht unter allen Umständen einen Maximal- oder Minimalfall darstellt; derselbe ergiebt sich aber nicht, wenigstens nicht allgemein, aus der Gleichung $dJ/ds = 0$, sondern auch hier vielmehr erst dann, wenn man wieder in der vollständigen Differentialgleichung $(dJ/ds) \cdot (ds/dr) = 0$ den zweiten Factor verschwinden lässt. Man erhält dann die Gleichung

$$\frac{\sin i (\sin^2 i - \sin^2 r) \sin^2(i - r)}{\cos r \sin^2(i + r) \cos^2(i - r)} = 0,$$

die nur die eine Lösung $i = r = 0$ besitzt, welche aber, wie sich später zeigen wird, im allgemeinen nur als secundäre zu betrachten ist. Die primären Maxima und Minima dagegen liefert auch hier das Verschwinden des ersten Factors dJ/ds ,

wodurch man nach Fortlassung des gemeinsamen Factors s die folgende Gleichung 4. Grades erhält:

$$(15) \quad s^4 - 5ms^3 + (16m^2 + \frac{5}{3})s^2 - m(m^2 + 5)s + \frac{2}{3}(m^2 + 1) = 0$$

aus der sich s in gewöhnlicher Weise bestimmen lässt.¹⁾

Aus s erhält man zunächst x und y mittelst des sich aus (12) und (13) ergebenden Gleichungenpaars

$$(16) \quad \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{1}{2}(s + \sqrt{s^2 - 4ms + 4}) \\ \sqrt{y} = \frac{1}{2}(s - \sqrt{s^2 - 4ms + 4}) \end{cases}$$

Um von hieraus weiter zu i zu gelangen, führt am besten noch die Bezeichnung

$$(17) \quad \frac{\cos i}{\cos r} = z$$

ein, für welche man aus (9), (10) und (11) die Beziehungen

$$(18) \quad z = n \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = \frac{1}{n} \frac{1 + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{y}}$$

findet und hat dann schliesslich

$$(19) \quad \sin i = n \sqrt{\frac{1 - z^2}{n^2 - z^2}}$$

Die Ausrechnung der Gleichung (15) für einen speciellen Fall ist allerdings ziemlich umständlich; und man kommt, wenn es nur auf die ungefähre Bestimmung der günstigsten Stellung der Platte ankommt, durch einfaches Probiren weit schneller zum Ziele d. h. man berechnet sich für einen bestimmten Einfallswinkel i zunächst nach (11) den zugehörigen Brechungswinkel r , dann nach (9) und (10) die Grössen x und y und endlich nach (8) den Ausdruck J . Man hat dabei noch den Vortheil, den Werth von J zugleich für mehrere Einfallswinkel zu kennen, und somit einen Ueberblick über die bei verschiedenen Stellungen der Gauss'schen Platte zu erwartenden Lichtstärken zu haben. In dieser Weise sind in der folgenden Tabelle die bei den angeführten Einfallswinkeln für Flussspath, Kronglas, Flintglas und Diamant sich ergebenden Lichtstärken berechnet.

1) Dieselbe wurde zuerst auf etwas anderem Wege von Hrn. Prof. Schubert hierselbst abgeleitet.

Tabelle III.

Verhältnisse der von einer Gauss'schen Platte mit gewöhnlichem Licht bei verschiedenen Einfallswinkeln gelieferten Lichtstärken.

i	Flusspath $n = 1,435$	Crownglas $n = 1,52$	Flintglas $n = 1,65$	Diamant $n = 2,42$
0	0,0299	0,0390	0,0584	0,1181
30	0,0307	0,0398	0,0536	0,1161
45	0,0356	0,0441	0,0563	0,1108
60	0,0564	0,0619	0,0678	0,0796
70	0,0926	0,0928	0,0899	0,0587
72	—	—	—	0,0576
75	0,1170	0,1135	0,1067	0,0603
79	0,1801	0,1249	0,1167	—
80	0,1804	0,1250	0,1171	0,0776
81	0,1288	0,1234	0,1159	0,0818
83	—	—	—	0,0871
85	0,0924	0,0888	0,0855	0,0817
90	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Die Tabelle zeigt, dass bei Anwendung gewöhnlichen unpolarisierten Lichtes eine Gauss'sche Platte, deren Brechungsexponenten zwischen 1,4 und 1,7 liegen, vom senkrechten Auffall bis zu ungefähr 80° Einfallswinkel hin eine fortwährend zunehmende Lichtstärke liefert, dass dagegen bei Brechungsexponenten um 2,4 herum die letztere von 0° bis zu ungefähr 72° hin fortwährend abnimmt, von hier aus bis zu etwa 83° hin wieder etwas steigt, um endlich von hier aus bis zum streifenden Eintritt hin wieder sehr schnell abzunehmen. Genauer sind die Einfallswinkel, bei denen das Maximum eintritt für Flusspath $79^\circ 42'$, für Kronglas $79^\circ 36' 40''$, für Flintglas $79^\circ 48'$ und für Diamant $83^\circ 16' 30''$. Das Minimum beim letzteren liegt genau bei $72^\circ 4' 26''$. Diese Zahlen sind für Kronglas und Diamant durch vollständige Ausrechnung der Gleichung (15) gefunden, auf die ich später zurückkomme, diejenigen für Flusspath und Flintglas dagegen habe ich durch Probieren erhalten, welches, wenn man sich die erhaltene Werthe in eine Curve von geeignetem Maassstabe einträgt, sehr schnell zum Ziele führt, jedoch diesen Winkel — selbst beim Gebrauch siebenstelliger Logarithmen — nur bis auf etwa eine Bogenminute genau liefert, da die Werthe zweier benachbarter J sich dann schon bis in die siebente Stelle hinein gleichen. Mit Hülfe der Gleichung (15) dagegen lässt sich unter denselben Umständen der günstigste Einfallswinkel

bis auf Bruchtheile einer Bogensecunde berechnen, was allerdings für die Praxis von geringem Werthe ist.

Für diese ist vielmehr der bemerkenswerthesten Umstand, der sich aus der Tabelle III ergiebt, zweifellos der, dass die Lichtstärke, welche eine Gauss'sche Platte aus Kronglas liefert, bei der günstigsten Stellung der letzteren 2,84 mal so gross ist als bei der bisher üblichen 45°-Stellung.

Allerdings erfordert die geringe Neigung von $10\frac{1}{3}$ °, welche die Platte im ersten Falle gegen den durchfahrenden Strahl besitzen muss, eine solche mit möglichst vollkommen geschliffenen Flächen, da sie sonst die Bilderzeugung nicht unerheblich stören würde. Ferner mag auch bei Ocularbeobachtungen jene Stellung deswegen ihre Unannehmlichkeiten haben, weil dann die Lichtquelle sehr nahe an das Auge des Beobachters herangerückt werden muss; und man wird sich deshalb hier, wo es ja auch meistentheils nicht so sehr auf die Intensität des Lichtes ankommt — sollte dies doch der Fall sein, so könnte man sich durch Einschaltung eines totalreflectirenden Prismas helfen — mit einer etwas weniger schrägen Stellung begnügen. Bei solchen Beobachtungen aber, wo die Platte weit vom Auge entfernt angebracht werden kann und besonders dann, wenn es auf Intensitätsmessungen ankommt, wird man wohl stets darauf bedacht sein, sich der günstigsten Stellung so viel wie möglich zu nähern. Auf alle Fälle aber dürfte es empfehlenswerth sein, die Gauss'sche Platte *drehbar* anzubringen, damit der Beobachter selbst sich, je nach den Umständen, die passendste Stellung auswählen kann.

Von Interesse für die Praxis ist ferner noch die sich aus der Tabelle III ergebende Thatsache, dass die von einer Gauss'schen Platte gelieferten Maximalintensitäten bei Anwendung gewöhnlichen unpolarisierten Lichtes nicht mehr für alle Brechungsexponenten dieselben sind — wie dies bei Licht, welches in einem der beiden Hauptazimutthe polarisiert war, zutraf — sondern mit der Vergrösserung des Brechungsexponenten abnehmen, so dass aus diesem Grunde also eine Platte aus Kronglas etwas vortheilhafter ist, als eine solche aus Flintglas (bei der 45°-Stellung ist es allerdings umgekehrt). Genau sind die Maximalwerthe von J , welche den oben angegebenen günstigsten Einfallswinkeln entsprechen für Fluss-

spath 0,130 485, für Kronglas 0,125 175, für Flintglas 0,117 124 und für Diamant 0,087 247, während der Minimalwerth für die letztere Substanz sich mit 0,057 621 berechnet. Man sieht, dass die angegebenen Maximalwerthe sämmtlich kleiner sind, als der oben für polarisiertes Licht gefundene unveränderliche Maximalwerth von 0,148 148.... Dies kann nicht überraschen; denn die günstigsten Einfallswinkel für parallel und für senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Strahlen sind, wie die Tabellen I und II zeigen, für einen bestimmten Stoff ganz verschiedene, so dass derjenige für gewöhnliches Licht, das ja aus beiden Lichtarten zu gleichen Theilen zusammengesetzt zu denken ist, zwischen beiden liegen muss, was aber zur Folge hat, dass von jeder der beiden Lichtarten eben nicht mehr der günstigste Bruchtheil geliefert wird. Nur in dem einen Falle, wo $n = 2 + \sqrt{3} = 3,73\ 205$ ist, liegen, wie früher gezeigt ist, die Maximalwerthe von J für beide Lichtarten bei demselben Einfallswinkel $i = 0^\circ$, und deshalb kann nur in diesem einen Falle auch bei unpolarisiertem Licht die von einer solchen Gauss'schen Platte gelieferte Intensität $= \frac{4}{27}$ von der ursprünglichen sein. Dieses Maximum aller Maxima ist aber kein primäres; denn es wird, wie wir später sehen werden, nicht durch die Gleichung (15) geliefert; dass dasselbe aber dennoch grösser ist als alle primären, ist nicht mehr so sehr merkwürdig, nachdem sich schon in der Tabelle III gezeigt hat, dass auch für Diamant das secundäre Maximum (bei $i = 0^\circ$) grösser ist als das zugehörige primäre.

Es mögen noch einige Bemerkungen über die Gleichung (15) folgen. Es ergibt sich, dass dieselbe für alle Werthe zwischen $n = 1$ und $n = \infty$, d. h. $m = \infty$ und $m = 1$, stets vier reelle positive Wurzeln hat, dass aber zwischen $n = 1$ und $n = 1,79\ 811$ nur eine derselben einen wirklichen Werth für den Einfallswinkel i liefert, dem dann ein Maximum des Ausdrucks J entspricht (vgl. z. B. Kronglas, Tabelle III). Liegt n zwischen 1,79 811 und 7,51 264, so ergeben zwei der Wurzelwerthe der Gleichung (15) brauchbare Werthe von i , deren kleinerer einen Minimal- und deren grösserer einen Maximalwerth von J liefert (vgl. Diamant, Tabelle III). Liegt endlich n zwischen 7,51 264 und ∞ , so ergeben sich drei reelle Werthe von i , zu denen, vom kleineren zum grösseren fort-

schreitend, ein Maximum, ein Minimum und ein Maximum von J gehört. Das erste der beiden Maxima des letzten Falles liegt zwischen 0° und dem Polarisationswinkel, das zweite, wie auch die Maxima der beiden zuerst genannten Kategorien, ist stets zwischen Polarisationswinkel und streifen dem Eintritt gelegen. Die Maximalintensität selbst bei letzterem bewegt sich zwischen $\frac{4}{27}$ und $\frac{2}{27}$, wenn n von 1 bis ∞ variiert.

Jene Grenzwerte von n , bei denen das neue Minimum, bez. das neue zweite Maximum von J auftritt, ergeben sich daraus, dass der Radikand der in den Ausdrücken (16) vorkommenden Quadratwurzeln

$$(20) \quad s^2 - 4ms + 4 = 0$$

werden muss, eine Gleichung, welche zusammen mit (15) die betreffenden Werthe von m und s berechnen lässt. Es ergiebt sich nämlich aus beiden die Beziehung

$$s^6 - \frac{20}{3}s^4 + \frac{80}{7}s^2 - \frac{64}{21} = 0,$$

woraus sich an brauchbaren Werthen zunächst $s_3 = 2$ und ferner noch

$$s_2 = \frac{2}{\sqrt{21}} \sqrt{7 + 2\sqrt{7}} \quad \text{und} \quad s_1 = \frac{2}{\sqrt{21}} \sqrt{7 - 2\sqrt{7}}$$

ergiebt. Aus den Werthen von s entnimmt man in diesem Falle am besten gleich die zugehörigen Werthe von n , da hier, wo $m = (s^2 + 4)/4s$ ist, einfach $n = (2 + s)/(2 - s)$ wird. Es ergiebt sich dann $n_3 = \infty$,

$$n_2 = \frac{1}{2} [5 + \sqrt{7} + \sqrt{28 + 10\sqrt{7}}] = 7,51264,$$

$$n_1 = \frac{1}{2} [5 - \sqrt{7} + \sqrt{28 - 10\sqrt{7}}] = 1,79811.$$

Da aber für diese Werthe von n nach den Gleichungen (16)

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} = \frac{s}{2}$$

wird, so findet sich aus (18) $z = 1$ und mithin aus (19) $i = 0$; d. h. das bei den Werthen $n = n_1$ und $n = n_2$ neu auftretende primäre Minimum bez. Maximum entspricht zunächst dem senkrechten Auffall, rückt jedoch mit grösser werdendem Brechungsexponenten allmählich zu grösseren Einfallswinkeln

vor. Das grösste aller Maxima, welches, wie oben gezeigt worden ist, für $n = 2 + \sqrt{3} = 3,73\ 205$ und ebenfalls bei senkrechtem Auffall des Lichtes auftrat, kann demnach nur ein secundäres sein.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass man die Theorie bis zu einer gewissen, allerdings nicht sehr grossen Genauigkeit auch durch den Versuch bestätigen kann, indem man die Lichtquelle in E aufstellt, ferner den Strahl AB auf einen weissen Schirm wirft, und nun beim Drehen der Platte auf das Wachsen und Abnehmen der Helligkeit in A achtet. In dieser Weise habe ich bei einer Platte aus Kronglas tatsächlich Werthe des günstigsten Einfallswinkels gefunden, welche zwischen 78° und 81° lagen.

Hamburg, physikal. Staatslaboratorium, April 1894.

13. *Ueber die Vorgänge
bei Umschmelzungen von Blei-Zinn-Legirungen;
von Bernhard Wiesengrund¹⁾.*

(Hierzu Taf. III Fig. 1—13.)

In den letzten Jahren haben Blei-Zinn- und ähnliche Legirungen in der Technik Verwendung gefunden, bei welchen die Constanz der Schmelzpunkte bei mehrfachem Umschmelzen der Legirungen eine Rolle spielt. Hierdurch wurde den Schmelzerscheinungen der Legirungen eine erneute Beachtung zugewandt, ohne dass bisher Ergebnisse neuerer nach dieser Richtung hin angestellter Versuche in die physikalische Literatur übergegangen sind. Die Versuche, deren Ergebnisse in dieser Arbeit mitgetheilt sind, hatten daher den Hauptzweck festzustellen, ob die Schmelzpunkte der Blei-Zinn-legirungen bei mehrfachen Umschmelzungen sich ändern, und die Grössen und Ursachen etwa auftretender Veränderungen zu ermitteln. Hierbei wurden die Versuche einiger älterer Arbeiten über Blei-Zinnlegirungen, deren Inhalt weiterhin angegeben, wiederholt, theilweise, weil eine solche Wiederholung zur Erreichung des verfolgten Zieles nothwendig war, theilweise, weil ihre Ergebnisse hinreichendes Interesse boten, um eine Wiederholung der Versuche zu rechtfertigen.

Rudberg²⁾ beobachtete, dass das Thermometer bei Abkühlung der geschmolzenen überhitzten Legirungen auf zwei verschiedenen Punkten stehen blieb; auf einem, der nach Rudberg's Angabe für alle Legirungen dieser Art stets derselbe war, und auf einem anderen, der sich mit dem Mischungsverhältniss der beiden Metalle änderte. Rudberg beobachtete die Erkaltungszeiten in Intervallen von je 10° des hunderttheiligen Thermometers und stellte diese Erkaltungszeiten in Tabellen zusammen. Aus diesen Tabellen sind die Stillstandspunkte selbst nicht zu entnehmen.

1) Inauguraldissertation, Rostock 1894. Für die Annalen bearbeitet vom Verf.

2) Rudberg, Pogg. Ann. 18. p. 240 fl. 1830.

Den bei allen von ihm untersuchten Legirungen wiedergefundenen durchaus festen Punkt gibt Rudberg als bei 187° liegend an. Er stellte auch fest, dass bei der Legirung in einfachen Atomverhältnissen ausgedrückt durch die Formel $PbSn^3$ nur dieser einzige feste Punkt auftritt. Rudberg nennt die beiden Punkte „Schmelzpunkte“ und erklärt die Erscheinung wie folgt: Er nimmt an, es bilde sich bei allen Mischungen stets eine Legirung von constantem Schmelzpunkt, die er „chemische Legirung“ nennt. Die geschmolzene Masse betrachtet er als ein Gemenge dieser chemischen Legirung mit dem im Ueberschuss vorhandenen Metall. Beim Erkalten geht nach Rudberg das mit der chemischen Legirung gemischte im Ueberschuss vorhandene Metall in den festen Zustand über und tritt dabei seine latente Wärme ab, wodurch sich das Verweilen der Temperatur auf dem oberen Punkte erklärt. Je grösser der Ueberschuss des einen Metalls in der Michung, bei um so höherer Temperatur erfolgt dieser Uebergang in den festen Zustand. Das erstarrte Metall bleibt in der noch flüssigen Legirung mechanisch vertheilt, bis auch diese erstarrt und ihre latente Wärme abgiebt, wodurch der zweite Stillstandspunkt bedingt wird.

Hr. Prof. E. Wiedemann¹⁾ wiederholte einige der Rudberg'schen Versuche und kam zu dem Resultat, dass ein Stillstand oberhalb des von Rudberg angegebenen allen Legirungen gemeinschaftlichen Punktes nicht stattfinde, vielmehr thattsächlich nur eine Verzögerung. Hr. E. Wiedemann nimmt mit Rudberg das Vorhandensein einer „chemischen Legirung“ von der Zusammensetzung $PbSn^3$ an und nennt dieselbe „Legirung von einfacherem Schmelzpunkt“. In dieser löst sich, nach seiner aus den beobachteten Abkühlungszeiten gewonnenen Ansicht, das überschüssige Metall in mit der Temperatur rasch steigenden Mengen. Der von Rudberg als vorhanden angenommene „obere Schmelzpunkt“, der Punkt, an welchem Wiedemann nur eine Verzögerung beobachtete, ist nach letzterem als der Beginn der krystallinischen Ausscheidung des einen Metalls aus einer bei niedrigerer Temperatur schmelzenden Legirung zu betrachten.

In der Bearbeitung einer Preisaufgabe des schweizerischen

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 3. p. 244 ff. 1878.

Polytechnikums: „Ueber die physikalischen Eigenschaften von Blei-Zinnlegirungen“ etc., stellte Pillichody¹⁾) neben den eigenen Versuchsresultaten die Ergebnisse früherer Arbeiten über diesen Gegenstand zusammen, welche nachfolgend zum Vergleiche mehrfach benutzt sind.

Das Wesentliche der für die Bestimmung der Schmelzpunkte von mir angewandten „Rudberg'schen Methode“ besteht in der Beobachtung der Erstarrungspunkte. Es wurden bei der Untersuchung die beiden Schmelzpunkte Rudberg's in Betracht gezogen; zur Vereinfachung der Ausdrucksweise werde mit Mazotto²⁾) nur der obere Punkt „Schmelzpunkt“, der untere constante hingegen „Erstarrungspunkt“ genannt.

Nach vielfachen Vorversuchen wurde folgende Apparatur und Versuchsanordnung gewählt.

Der Tiegel, in welchem die Legirungen hergestellt und umgeschmolzen wurden, war aus sehr dünnem Eisenblech gestanzt, hatte eine Höhe = 50 mm, einen Bodendurchmesser = 25 mm, einen oberen Randdurchmesser = 45 mm. Am Deckel, welcher möglichst dicht abschloss und soweit erforderlich durch Gyps abgedichtet wurde, war in der Mitte eine aus Eisen gedrehte sehr dünne Hülse, deren Höhe = 41 mm und Weite = 9 mm, hart angelötet; dieselbe diente zur Aufnahme des in Quecksilber tauchenden Thermometers. Ausser der Hülse waren am Deckel zwei enge, mit Abschlusshähnen versehene, Messingröhren angebracht, welche als Ein- und Auslass für Wasserstoffgas dienten, welches aus einem ca. 25 l fassenden Gasometer, getrocknet durch Chlorcalcium, während des Erhitzens über die Legirung geleitet wurde. Während der Abkühlung war die Legirung unter Wasserstoffgas abgeschlossen. Durch dies Verfahren war die stets gleiche Zusammensetzung der Legirungen während der häufigen Umschmelzungen gesichert.

Das Thermometer, welches bei den weiterhin angegebenen Versuchsreihen zur Anwendung kam, war ein mit Stickstoff gefülltes Quecksilberthermometer aus Jenenser Glas mit einer Theilung von 0—360° der hundertteiligen Scala. Bis zu seinem Nullpunkt tauchte das Thermometer in die mit Quecksilber

1) Pillichody, Dingler's Polytechn. Journal. p. 217 ff. 1861.

2) Mazotto, Wied. Ann. Beibl. 11. p. 281. 1887.

gefüllte Hülse. Durch das Quecksilber ist rascheste Wärmezuführung gewährleistet, während die Hülse das Thermometer vor dem Zerdrückwerden schützt. Das Thermometer war in ganze Grade getheilt, von welchen sich Zehntel durch das stets benutzte Ablesefernrohr gut schätzen liessen.

Während der Beobachtungen war der Tiegel in einem cubischen Gefäss aus Eisenblech von der Höhe und Breite = 210 mm aufgehängt. Dieses Gefäss war in einem zweiten gleichartigen von der Höhe = 365 mm und Breite = 320 mm derart angebracht, dass zwischen den Böden der Gefässe ein Abstand von 150 mm, zwischen ihren Seiten ein solcher von 100 mm vorhanden war. Der Innenraum des Apparates wurde während der Beobachtungen durch einen am äusseren Gefäss befindlichen zweitheiligen Deckel gegen die Umgebung dicht abgeschlossen. Um während der Abkühlung gleichartige Verhältnisse zu haben, war der Raum zwischen den beiden Gefässen stets mit Wasser von 15° C. gefüllt, dessen Temperatur geregt wurde durch Zufluss aus der Wasserleitung an einer Stelle nahe den Boden des Gefäßes und durch Abfluss aus einer Oeffnung nahe dem oberen Rand, an der dem Einfluss gegenüberliegenden Seite des Gefäßes. Die Temperatur wurde controllirt durch je ein Thermometer an der Zufluss- und Abflussstelle. Die Aufhängevorrichtung des konischen Tiegels bestand in einem Ring aus Eisenblech, an dem zwei dicke, ca. 80 mm lange Eisendrähte befestigt waren, die an ihrem oberen Ende durch ein dünnes Eisenplättchen verbunden wurden, welches dem Thermometer als Führung diente. Unter dem Eisenplättchen war ein Asbeststreifen angebracht, an dem der Tiegel bequem getragen werden konnte. Der Aufhänge-ring passte auf einem entsprechenden, an einem Kreuz aus Eisenblechstreifen befestigten Reif im Kühlapparat, und auf einen kleinen von einem eisernen Stativ getragenen Eisenblechcylinder, auf welchen der Tiegel zum Zwecke der Umschmelzung gebracht wurde. Durch den kleinen Cylinder war die Hitze des dreiflammigen Bunsenbrenners auf den Tiegel concentrirt.

Die mehrfach sorgfältig ermittelten specifischen Gewichte für Pb = 11,346, für Sn = 7,297 stimmen sehr gut mit den mittleren specifischen Gewichten dieser Metalle überein.¹⁾

1) Landolt u. Börnstein, Physik.-Chem. Tab. 1. Aufl. p. 78—80.

Untersucht wurden die Legirungen von folgender atomistischer und procentischer Zusammensetzung:

At. Blei	At. Zinn	Proc. Blei	Proc. Zinn	ausgedrückt durch Formel
1	12	12,79	87,21	PbSn ¹²
1	5	26,00	74,00	PbSn ⁵
1	4	30,51	69,49	PbSn ⁴
1	3	36,93	63,07	PbSn ³
1	2	46,76	53,24	PbSn ²
1	1	68,72	36,28	PbSn
2	1	77,84	22,16	Pb ² Sn
3	1	84,05	15,95	Pb ³ Sn
—	—	85,72	14,28	Pb ⁴ Sn + 5 g Sn
4	1	87,58	12,47	Pb ⁴ Sn
5	1	89,78	10,22	Pb ⁵ Sn
12	1	95,47	4,53	Pb ¹² Sn

Der Berechnung der Legirungen lagen zu Grunde die Atomgewichte Pb 206,4 Sn = 117,5.¹⁾

In nachfolgender Tabelle sind die von mir gefundenen specifischen Gewichte und die von mir aus den angewandten Mengen und specifischen Gewichten der Bestandtheile berechneten specifischen Gewichte den entsprechenden Zahlen Pillichody's und den von diesem angeführten Zahlen anderer Beobachter gegenübergestellt.

Die gefundenen specifischen Gewichte sind bei sämmtlichen Legirungen kleiner als die berechneten, was einer Volumenvergrösserung der Legirung gegenüber der Summe der Volumina der angewendeten Mengen der einzelnen Bestandtheile entspricht; dies Resultat fanden bereits Kupfer und Pillichody; aus meinen Zahlen ergiebt sich aber ferner, dass die Differenz Δ zwischen berechnetem mittlerem und wahren specifischen Gewicht am grössten ist bei der „chemischen Legirung“ PbSn³, und um so kleiner wird, je weiter sich die Legirungen nach einer von beiden Seiten von der chemischen Legirung in ihrer Zusammensetzung entfernen. In Fig. 1 ist dies Verhältniss graphisch dargestellt. Als Abscissen sind die atomistischen Zusammensetzungen der Legirungen, als Ordinaten die dazu gehörigen wahren bzw. berechneten specifischen Gewichte aufgetragen.

1) Landolt u. Börnstein, Physik.-Chem. Tab. 1. Aufl. (nach L. Meyer) Tab. 1. p. 1.

Das gefundene Resultat steht im Einklang mit der R u d b e r g - W i e d e m a n n ' s c h e n Erklärung der Blei-Zinn-Legirungen, welche dieselben als ein Gemenge des überschüssigen Metalls mit der einzige möglichen „chemischen Legirung“ auffasst. Je grösser der Ueberschuss des einen Metalls, desto kleiner wird die in der ganzen Masse enthaltene Menge „chemischer Legirung“ desjenigen Bestandtheiles, welcher die Differenz zwischen berechnetem und wahren specifischen Gewicht bedingt.

Die Substanzen waren in dem Tiegel, wie zu erwarten gewesen, derart vertheilt, dass der dem untersten Theile des Tiegels entsprechende Theil der specifisch schwerste war. Durch Umrühren bis nahe zur Erstarrungstemperatur, wobei das allmähliche Ausscheiden des im Ueberschuss vorhandenen Metalls sehr gut beobachtet wurde, war bei den überschüssiges Blei enthaltenden Legirungen der tiefste Theil der specifisch leichteste, indem sich der am längsten flüssige, specifisch leichtere Bestandtheil, die „chemische Legirung“, dabei zu Boden setzte.

Die Hauptversuche zur Bestimmung etwaiger Veränderungen der Lage der Schmelzpunkte bei mehrfachen Umschmelzungen wurden systematisch in drei Gruppen durchgeführt.

Erstens wurden bei 6 Legirungen je 10 Umschmelzungen vorgenommen mit jemaliger Abkühlung auf 15° C. Während der ganzen Versuchsdauer wurde der Tiegel weder geöffnet noch erschüttert; die Legirungen waren daher während dieser Versuche in ihrer mechanischen und molecularen Anordnung vollständig sich selbst überlassen.

Zweitens wurden je 24 Umschmelzungen bei sämtlichen verwendeten Legirungen vorgenommen, derart, dass die Legirungen nach jeder dritten Umschmelzung aufs neue gut gemischt wurden durch Umrühren mit einem spiralisch gewundenen Eisendraht. Alle durch solche äussere Einwirkungen zu ermöglichen mechanischen Anordnungen des Gemenges mussten auf diese Weise erreicht werden.

Drittens wurde versucht festzustellen, ob eine Wochen bez. Monate dauernde Unterbrechung der Umschmelzungen von Einfluss auf die Lage der „Schmelzpunkte“ sei. Auch zu diesen Beobachtungen wurden sämtliche Legirungen herangezogen.

Die Correctionen des „herausragenden Fadens“ des Thermometers sind in den folgenden Tabellen nicht berücksichtigt, da dieselben die zu vergleichenden Zahlen gleichmässig beeinflussen.

Mehrfach stieg das Thermometer beim Erhitzen zunächst über den eigentlichen „Schmelzpunkt“, um weiterhin vor dem dauernden Ansteigen noch einmal auf denselben zurückzusinken. Bei diesem Rückgang wird indessen die tiefe Lage des Schmelzpunktes nicht immer erreicht. Die Erscheinung wurde nur bei Legirungen mit reichem Zinngehalt beobachtet. Die Erklärung derselben dürfte darin zu suchen sein, dass die gleichzeitig zugeführte Wärmemenge nicht hinreichte, ein Schmelzen der ganzen Metallmasse bis zu dem Augenblick zu ermöglichen, in dem das Thermometer die Schmelztemperatur anzeigt. Der Schmelzprocess schreitet vielmehr offenbar allmählich von der Mitte und dem unteren Theile des Tiegels nach aussen und oben fort, wobei den dem Thermometer nächst gelagerten bereits etwas überhitzten Metallmengen Wärme entzogen wird, was einen Rückgang des Thermometers zur Folge hat. Fig. 2 gibt eine graphische Darstellung dieses Vorganges für die Legirung $PbSn^3$ als Mittel aus vier Versuchen. Von einer weiteren zahlenmässigen Verfolgung dieser Erscheinung wurde Abstand genommen, weil dieselbe eine für alle Versuche *vollständig gleichmässige Wärmezuführung* voraussetzte, welche sich bei der gewählten Versuchsanordnung nicht mit der für zahlenmässige Angaben erforderlichen Genauigkeit durchführen liess. Die Erscheinung wäre vielleicht passend mit dem Ausdruck „Ueberschmelzung“ zu bezeichnen, wenn es nicht üblich wäre, „Ueberschmelzung“ identisch mit „Unterkühlung“ zu benutzen.¹⁾ Auch „Unterkühlung“ wurde beobachtet und zwar sowohl beim Erstarrungspunkt als beim Schmelzpunkt; in den Fällen, in denen Unterkühlung zu beobachten war, ist in den Tabellen der jeweilige „Umkehrpunkt“ (*U*), d. h. der Punkt, von welchem das Quecksilber auf den Stillstandpunkt wieder *stieg*, angegeben. Die Unterkühlung erwies sich bei den wiederholten Abkühlungen der einzelnen Legirungen als ziemlich gleichmässig, selbst wenn versucht wurde, dieselbe durch Erschütterung zu stören.

1) Müller-Pouillet, Lehrb. d. Physik. 8. Aufl. 2. Abth. 2. p. 136.

Versuchsgruppe I.

Legir.	PbSn ³			PbSn ⁴			PbSn ⁵			Pb ⁴ Sn + 5 g Sn			Pb ⁴ Sn				
	S.-E.-P.	S.-P.	E.-P.	S.-P.	E.-P.	S.-P.	S.-P.	E.-P.	S.-P.	E.-P.	S.-P.	E.-P.	S.-P.	E.-P.	S.-P.		
Vers.-Nr.	U.	St.	-	U.	St.	U.	St.	-	U.	St.	-	U.	St.	-	U.	St.	
1	176,3	178,4	182,7	178,4	179,0	186,9	188,9	179,3	236,0	176,2	177,5	278,4	171,3	171,8	289,3	170,8	171,2
2	176,1	178,3	182,9	178,5	178,8	186,7	188,7	178,9	236,0	176,1	177,7	278,7	171,3	172,0	283,8	170,6	171,2
3	176,3	178,3	183,2	178,3	178,6	186,3	188,4	179,2	236,4	176,0	177,5	278,5	171,7	172,0	283,5	170,6	171,4
4	176,2	178,4	183,4	178,4	178,8	186,0	188,2	179,0	236,7	176,0	177,7	275,9	171,5	172,1	284,0	170,4	171,4
5	176,2	178,2	183,2	—	178,5	186,2	188,4	178,8	236,8	175,7	177,4	275,6	171,5	172,0	284,2	170,8	171,6
6	176,1	178,3	183,7	—	178,8	186,4	188,5	179,1	237,0	175,4	177,4	275,9	171,9	172,3	285,9	170,5	171,3
7	175,8	178,0	183,5	—	178,6	185,6	188,2	179,0	236,5	175,9	177,6	279,0	171,7	172,4	284,0	170,3	171,3
8	176,3	178,1	183,4	—	178,9	186,3	188,3	178,7	236,8	175,3	177,5	278,6	171,3	172,2	284,4	170,3	171,4
9	176,0	178,2	183,2	—	178,5	185,7	188,3	179,0	237,2	175,7	177,4	278,8	171,5	172,2	285,9	170,5	171,6
10	176,2	178,3	183,6	—	178,7	186,1	188,2	178,5	236,9	175,4	177,5	278,8	171,6	172,1	283,7	170,6	171,5
Mittelwerte: Dauer des Stillstan- des in Sec.	176,15	178,25	183,28	—	178,72	186,25	188,41	178,95	236,88	175,78	177,52	278,74	171,53	172,11	288,87	170,54	171,39
	—	~ 240"	~ 10"	—	85"	—	~ 20"	~ 80"	—	—	~ 105"	—	—	—	—	—	

Bei denjenigen Legirungen, an deren Schmelzpunkt (S.-P.) bez. Erstarrungspunkt (E.-P) ein thatsächlicher Stillstand (St.) beobachtet wurde, ist die durchschnittliche Dauer des Stillstandes in Secunden angegeben; wo eine solche Angabe fehlt, wurde nur eine sehr charakteristische Verzögerung beobachtet, welche dem Stillstand gleich zu achten ist. Bei den vorher geschilderten Versuchen der ersten Gruppe ergaben sich die in der auf p. 13 stehenden Tabelle zusammengestellten Werthe.

Aus den Zahlen der Tabelle geht hervor, das auch der Schmelzpunkt ein wirklicher Stillstandpunkt ist, was Prof. Wiedemann in Zweifel gezogen hatte. Der Stillstand ist am charakteristischsten bei der Legirung $PbSn^5$, bei der am Schmelzpunkt Unterkühlung auftritt.

Die gefundenen Werthe für den Schmelz-Erstarrungspunkt der chemischen Legirung $PbSn^3$ weichen nur unerheblich von dem Mittelwerthe ab. Die Legirung verändert sich offenbar bei diesen Umschmelzungen in keiner Weise.

Bei allen übrigen Legirungen ist als charakteristisch wahrzunehmen, dass die für die Schmelzpunkte gefundenen Zahlen nach den ersten Umschmelzungen unter, nach den letzten über dem Mittelwerthe liegen. Diese Erscheinung ist dahin zu erklären, dass sich bei häufigem Umschmelzen der stets zuerst erstarrende Theil des im Ueberschuss vorhandenen Metalls allmählich aus der Legirung ausscheidet, indem das, verglichen mit der chemischen Legirung, specifisch schwerere Blei sich zu Boden setzt, während das specifisch leichtere Zinn sich an der Oberfläche sammelt. Dem entspricht die mehrfach festgestellte Thatsache, dass nach einigen Umschmelzungen die überschüssiges Blei enthaltenden Legirungen vom Boden, die überschüssiges Zinn enthaltenden von der Oberfläche an allmählich erstarrten. Es ist wohlverständlich, dass die vereinigten Blei- oder Zinnmengen früher sich zu verfestigen beginnen, als die mit der chemischen Legirung innig gemischten. Der gegebenen Erklärung entspricht es auch, dass die Werthe für die Erstarrungspunkte sich bei wiederholtem Umschmelzen dem Werthe des Schmelzerstarrungspunktes der chemischen Legirung nähern, indem sie bei den Legirungen mit überschüssigem Bleigehalt ansteigen, bei denen mit überschüssigem Zinngehalt etwas abfallen. Auf diese Erscheinung wird später zurückzukommen sein.

Als Ergebniss der Versuchsguppe I lässt sich demnach feststellen: Bei sämmtlichen Blei-Zinnlegirungen, mit Ausnahme der chemischen Legirung von der Zusammensetzung $PbSn^3$, tritt bei häufigem Umschmelzen, wenn die Legirungen sich selbst überlassen bleiben, eine mechanische Umlagerung ein, welche eine geringe Erhöhung des Schmelzpunktes und eine Annäherung des Erstarrungspunktes an den Erstarrungspunkt der chemischen Legirung zur Folge hat.

Bezüglich des letzten Punktes muss noch bemerkt werden, dass eine absolute Uebereinstimmung der Erstarrungspunkte der verschiedenen Legirungen mit dem Erstarrungspunkt der „chemischen Legirung“, wie Rudberg und nach ihm Pillichody und E. Wiedemann solche angeben, von mir nicht beobachtet werden konnte; es erschien vielmehr der Erstarrungspunkt bei wachsendem Ueberschuss von Blei immer weiter deprimirt, bei zunehmendem Zinnüberschuss dauernd, wenn auch in geringem Maasse erhöht. Die Erklärung dieser Erscheinung soll weiterhin in passendem Zusammenhang versucht werden.

Die Annäherung der Erstarrungspunkte der Legirungen an den Erstarrungspunkt der chemischen Legirung wird vielfach dadurch verdeckt, dass die mit fortschreitender Abscheidung des überschüssigen Metalls zunehmende „Unterkühlung“ beim Erstarren einer solchen Annäherung entgegenwirkt. Die Abscheidung des im Ueberschuss in der Legirung anwesenden Bestandtheils scheint übrigens bereits bei weniger als 10 Umschmelzungen eine obere Grenze erreicht zu haben.

Der als arithmetisches Mittel aus 24 Umschmelzungen in Gruppe II erhaltene Werth für den Schmelzpunkt der chemischen Legirung ($PbSn^3$) stimmt mit dem Mittelwerth aus Gruppe I fast genau überein. Die Legirung erscheint in ihrem Verhalten beim Umschmelzen absolut constant.

Bei den übrigen Legirungen, welche in beiden Gruppen der Untersuchung unterworfen wurden, sind die Mittelwerthe für die Schmelzpunkte in Gruppe II niedriger wie in Gruppe I. Das Umrühren nach jeder dritten Schmelzung lässt die Ausscheidung des überschüssigen Metalls, also auch die Erhöhung des Schmelzpunktes, nicht zu Stande kommen.

Bei der Legirung $PbSn^6$ ist in Gruppe I die Erhöhung

des Schmelzpunktes verdeckt durch vermehrte Unterkühlung, wodurch bei dieser Legirung der Schmelzpunkt in Gruppe II etwas höher zu liegen scheint, was indess, wenn es gelänge, die Unterkühlung auszuschliessen, kaum zutreffen dürfte.

Abweichungen, welche einen bestimmten Einfluss des häufigen Umröhrens erkennen liessen, kommen in den Zahlen der Gruppe II nicht vor; aber sowohl die zwischen je zwei innigen Mengungen der Legirungen vorgenommenen drei Beobachtungen, deren Zahlenergebnisse nicht einzeln aufgeführt, als auch die erhaltenen Gesammtmittelwerthe bestätigen das Ergebniss der Versuche der Gruppe I.

Bemerkenswerth ist noch, dass bei der Legirung $Pb^{12}Sn$ der Erstarrungspunkt überhaupt nicht mehr festzustellen gewesen, was daher kommen mag, dass die in den angewendeten ca. 240 g der Legirung $Pb^{12}Sn$ enthaltene Menge „chemischer Legirung“ nur sehr gering.

Durch die Versuche der Gruppe III sollte ermittelt werden, ob während längerer Ruhezeit im kalten Zustande die Legirungen irgend welche Veränderungen erlitten, die auf die Lage der Schmelz- bez. Erstarrungspunkte einen nachweisbaren Einfluss ausübt.

Charakteristische Abweichungen der Zahlen der einzelnen Reihen voneinander waren, soweit dieselben nicht durch die unvermeidlichen Fehler der Beobachtungsmethode verdeckt werden, nur in dem Sinne zu erkennen, welcher dem Ergebniss der Versuche der Gruppe I entspricht.

Die Versuche der Gruppe II und III haben als Ergebniss lediglich das Resultat der Versuchsgruppe I bestätigt.

Der Einfluss des mehrfachen Umschmelzens auf die Lage der Schmelzpunkte der Blei-Zinnlegirungen ist daher in der Zusammenfassung des Ergebnisses der Versuchsgruppe I auf p. 787 ausgedrückt.

In den Figuren Nr. 3—13 der beigefügten Tafel sind die Mittelwerthe aus je sechs Beobachtungen der Temperaturen der Legirungen, während der Abkühlung von 320° C. an, von Minute zu Minute abgelesen, aufgetragen und durch gerade Linien verbunden. Diese Curven geben ein anschauliches Bild vom Gange der Abkühlung bei den verschiedenen Legirungen; es lassen sich aus denselben auch bequem die sorgfältig beobachteten

und eingetragenen Stillstandszeiten, sowie die jeweilige Unterkühlung ersehen. Die Beobachtung Rudberg's, dass die Stillstandsdauer am Erstarrungspunkte abnimmt, je weiter sich die Legirungen in ihrer Zusammensetzung von der „chemischen Legirung“ entfernen, bestätigt sich; gleichzeitig nimmt aber die Verzögerung bez. die Stillstandsdauer am Schmelzpunkte zu. Letztere Erscheinung ist bei den Legirungen mit reichlichem Zinnüberschuss, wegen der grösseren Schmelzwärme des Zinns, charakteristischer, als bei den überschüssiges Blei enthaltenden Legirungen.

Die bei mehrfachem Umschmelzen beobachtete Ausscheidung des überschüssigen Metalls war auf die Abkühlungsdauer ohne bemerkbaren Einfluss. — In den graphischen Darstellungen sind Correctionen wegen des herausragenden Fadens des Thermometers nicht angebracht, da dieselben sämtliche Zahlen einer Reihe gleichmässig verändern würden, auf das Ergebniss also ohne Einfluss wären.

Die von Mazotto¹⁾ beobachtete molekulare Umlagerung unterhalb des Erstarrungspunktes ist, wenigstens für einige Legirungen, aus den beigefügten Aufzeichnungen des Ganges der Abkühlung deutlich zu ersehen; dieselbe ist durch eine bedeutende Verzögerung an der betreffenden Stelle charakterisiert.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Verticalreihe die von mir gefundenen Zahlen für die Erstarrungspunkte; in der zweiten Reihe meine Zahlenwerthe für die Schmelzpunkte, welchen die Werthe Pillichody's und die von diesem aufgeföhrten Werthe anderer Beobachter gegenübergestellt sind. Die Zahlen sind mit Rücksicht auf den herausragenden Faden²⁾ corrigirt. Der scheinbare Ausdehnungskoeffizient von Quecksilber in Jenenser Glas war mit $\sigma = 0,0001573$ angenommen. Eine Vergleichung des Thermometers mit dem Luftthermometer hat nicht stattgefunden. Eine Calibrirung auf die übliche Art konnte nicht vorgenommen werden wegen der Stickstofffüllung, die das Abtrennen eines Quecksilberfadens verhindert.

1) Mazotto, Wied. Ann. Beibl. 11. p. 281 ff. 1887.

2) Müller-Pouillet, Lehrb. der Phys. 8. Aufl. (2) 2. p. 65.

Legirung	Verfasser	Pillichody	Rudberg	Kupfler	Thomson
PbSn ¹²	185,2	206,7	—	—	—
PbSn ⁵	184,5	191,0	—	—	—
PbSn ⁴	184,0	186,6	187	190—180	189
PbSn ⁸	183,0	183,0	181	190—180	186
PbSn ³	182,2	202	197	210—200	196
PbSn	181,3	242	235	250—240	241
Pb ⁴ Sn	180,0	273	270	290—280	289
Pb ⁴ Sn	178,8	284	283	290—280	—
Pb ⁴ Sn + 5 g Sn	176,0	289	—	—	—
Pb ⁴ Sn	174,3	295	292	—	—
Pb ⁴ Sn	172,4	305	—	—	—
Pb ¹² Sn	—	317	—	—	—

Aus den Zahlen der ersten Verticalreihe der vorstehenden Tabelle ist die bereits erwähnte Erniedrigung des Erstarrungspunktes bei zunehmendem Bleiüberschuss und die geringe Erhöhung desselben bei wachsendem Zinnüberschuss deutlich ersichtlich.

Schon Hr. Wiedemann hat in seiner bereits angeführten Arbeit auf die Analogie zwischen den Schmelzerscheinungen der hier untersuchten Legirungen und den Lösungerscheinungen der Salze hingewiesen; Hr. Mazotto¹⁾ schliesst sich Hrn. Wiedemann's Anschauung vollständig an und vergleicht den „festen Schmelzpunkt“ (Erstarrungspunkt) mit dem der Kryohydrate.

Hr. Spring modifizirt die Erklärung Hrn. Wiedemann's etwas. Er betrachtet nicht, wie Hr. Wiedemann, die Legirungen als Lösungen einfacher Art des jeweiligen Ueberschusses von Blei bez. Zinn in der Verbindung PbSn³, sondern nimmt eine Art Lösung an, bei welcher der gelöste Ueberschuss von Blei oder Zinn sich in depolemerisirtem Zustande befindet, „überflüssigt“ ist.

Zum Schlusse werde der Versuch gemacht, die beobachteten Erscheinungen auf Grund der Analogie zwischen den Legirungen und Salzlösungen zu erklären, und zwar soll Zinn als Lösungsmittel Blei, als gelöster Bestandtheil betrachtet werden. Für diese Annahme war maassgebend, dass der Schmelzpunkt des Zinns wesentlich niedriger liegt als der des Bleies, und Zinn ausserdem wesentlich grössere specifische Wärme und Schmelzwärme besitzt als Blei.

1) Müller-Pouillet, Lehrb. d. Phys. 8. Aufl. (2) 2. p. 157 ff.

Die Legirung PbSn³ muss man in diesem Falle als die Lösung mit tiefstgelegenem Sättigungspunkte betrachten.

Bei vorhandenem Bleiüberschuss liegt der Sättigungspunkt höher, seiner Lage entspricht der jeweilige „Schmelzpunkt“ unserer Legirung.

Ist der als Lösungsmittel betrachtete Bestandtheil Zinn im Ueberschuss, so erstarrt soviel von demselben, bis bei der tiefsten Sättigungstemperatur eine gesättigte Lösung vorhanden ist.

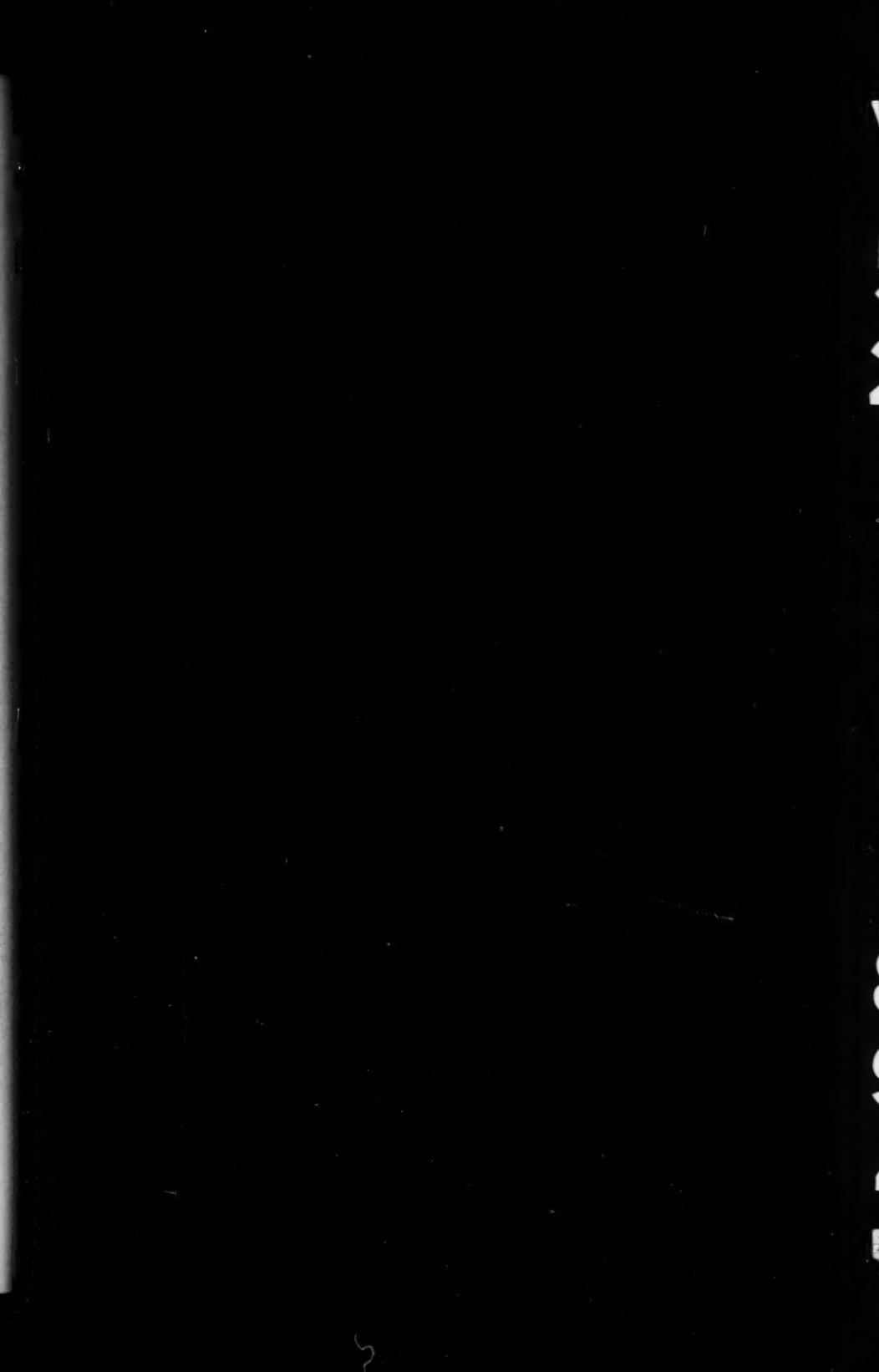
Die beobachtete Erscheinung der Erniedrigung des tiefsten Sättigungspunktes lässt sich kaum durch Unterkühlung erklären, da Unterkühlung viel eher bei der rein chemischen Legirung, als in Anwesenheit eines überschüssigen Bestandtheiles erwartet werden könnte. Auch die Thatsache, dass ein Zinnüberschuss die gegentheilige Erscheinung hervorruft, widerspräche einer solchen Erklärung. Vielleicht röhrt die Erscheinung einfach daher, dass die in solchen Legirungen mit Bleiüberschuss vorhandene verhältnissmässig geringe Menge „chemischer Legirung“ ihre Erstarrungswärme nicht unmittelbar dem Thermometer mittheilen kann, sondern dieselbe auf die ganze Substanz vertheilen muss, wodurch zunächst eine Verzögerung des Temperaturabfalls herbeigeführt wird; ist die Errstarrungswärmemenge noch genügend gross, dass ein Ausgleich zwischen ihr und der abgeföhrten Wärme der ganzen Substanz stattfindet, so wird in dem Augenblick dieses Ausgleiches ein Stillstand des Thermometers eintreten. Dieser Punkt wird aber um so tiefer liegen, je grösser der Ueberschuss an Blei und je geringer die vorhandene Menge chemischer Legirung und wird schliesslich (bei der Legirung Pb¹²Sn) überhaupt nicht mehr auftreten.

Die Erhöhung des Erstarrungspunktes bei vorhandenem Zinnüberschuss erklärt sich dann analog durch Addition eines Theiles der abzuführenden Wärme des langsam erkaltenden Zinns zur Erstarrungswärme der „chemischen Legirung“. Diese Erklärung wird unterstützt durch die Thatsache, dass die specifische Wärme des Zinns bei den in Betracht kommenden Temperaturen nahezu doppelt so gross wie die des Bleies.

Die im Laufe der Arbeit erwähnte Erscheinung der nach

mehrfachem Umschmelzen eintretenden Annäherung des Erstarungspunktes der Legirungen an den Schmelzerstarrungspunkt der „chemischen Legirung“ findet in vorstehender Erklärung ihre Begründung. Wenn nach mehrfachen Umschmelzungen das überschüssige Blei bez. Zinn nicht mehr gleichmässig in der ganzen Masse vertheilt, sondern am Boden bez. an der Oberfläche abgeschieden ist, so wird einerseits die Wärmeabgabe des vorhandenen Bestandtheiles „chemischer Legirung“ an das Thermometer eine unmittelbarere sein, während andererseits das abgeschiedene Zinn seine Wärme in weit grösserem Maasse wie vorher, unmittelbar an die Wandungen des Tiegels, also nach aussen, abgiebt.

Physik. Laborat. d. kgl. Techn. Hochschule zu Berlin.



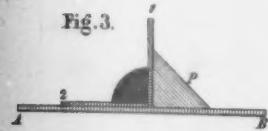
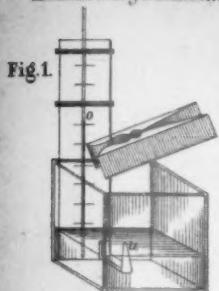


Fig. 6.

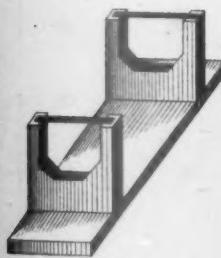


Fig. 9.



Fig. 2.

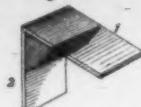


Fig. 5.

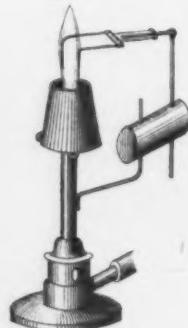


Fig. 7.

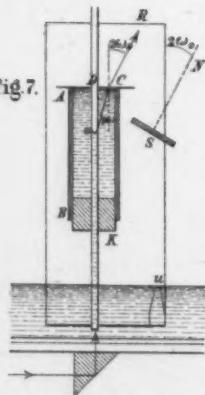


Fig. 13.

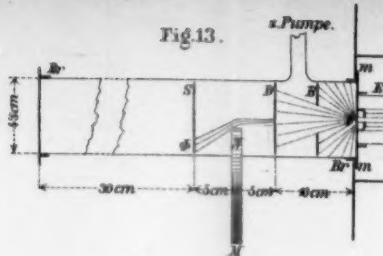
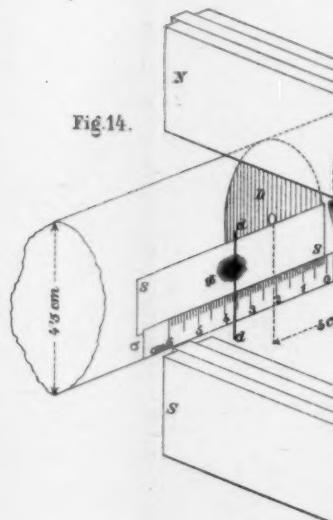
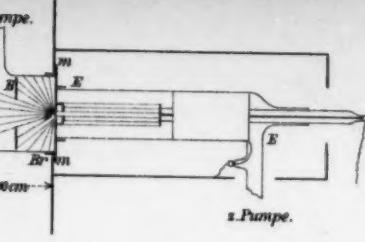


Fig. 14.





2. Pumpes.

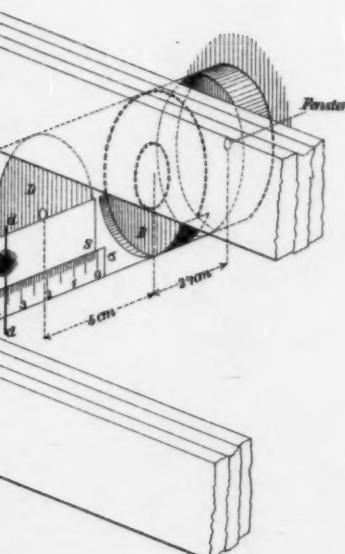


Fig. 10.

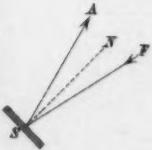


Fig. 15.



Fig. 22 a

Änderungen des Brechungsindex pro 1° C in Nächte der 5 Decimale (Pultdruck)

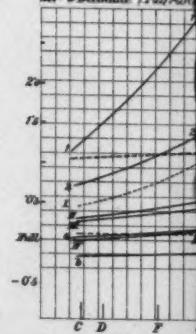
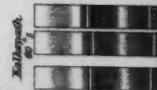
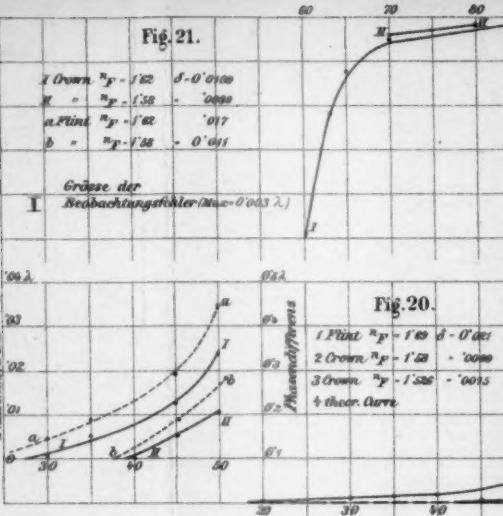


Fig. 1



Quincke Fig. 1-12. Lenard Fig. 13-15. Schmidt Fig. 16-23.

Fig. 21.



Größe der
Beobachtungsfehler (Max. 0.003 λ)

Fig. 20.

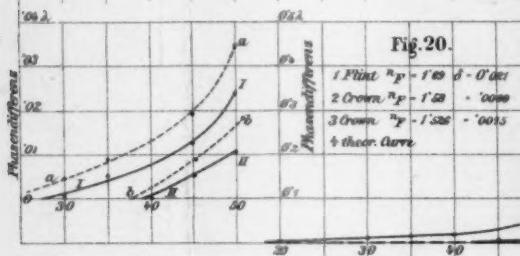
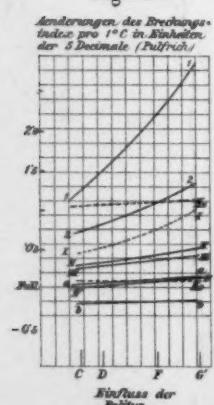


Fig. 22 a.



änderungen des Brechungs-
index pro 1°C in Brüchen
der 5 Decimalen (Puffrich)

Fig. 23.

1 Flint, $n = 1.68$, $d = 0.0103$
2 Crown = 1.62 = 0.0109

Y-27 Y-17

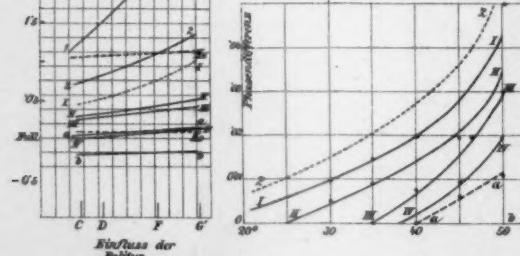


Fig. 16.

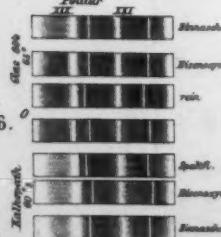
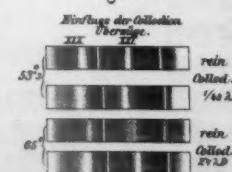


Fig. 16-23.

Fig. 17.



Taf. I.

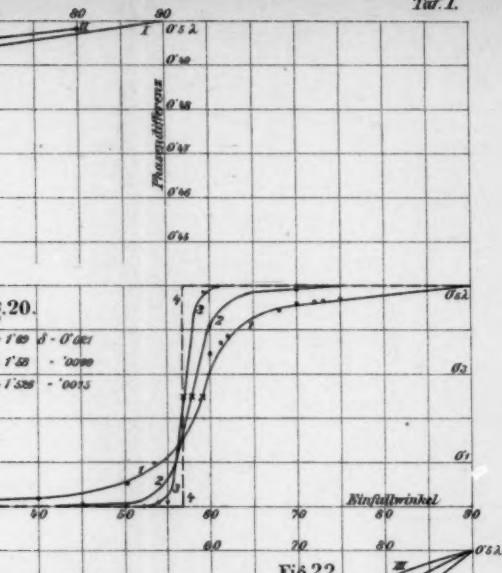
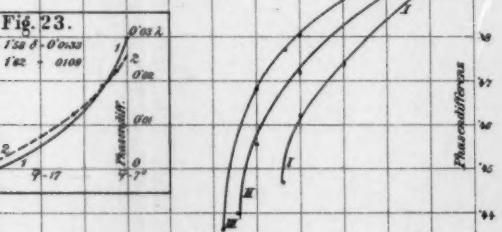


Fig. 22.



KÜPPER

$\delta = 0.03$
+ 0.17
- 0.63
+ 0.11

Crownläser

- 1570 $\delta = 0^{\circ}00005$

FIG. 18

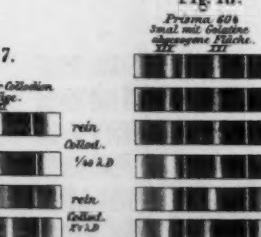
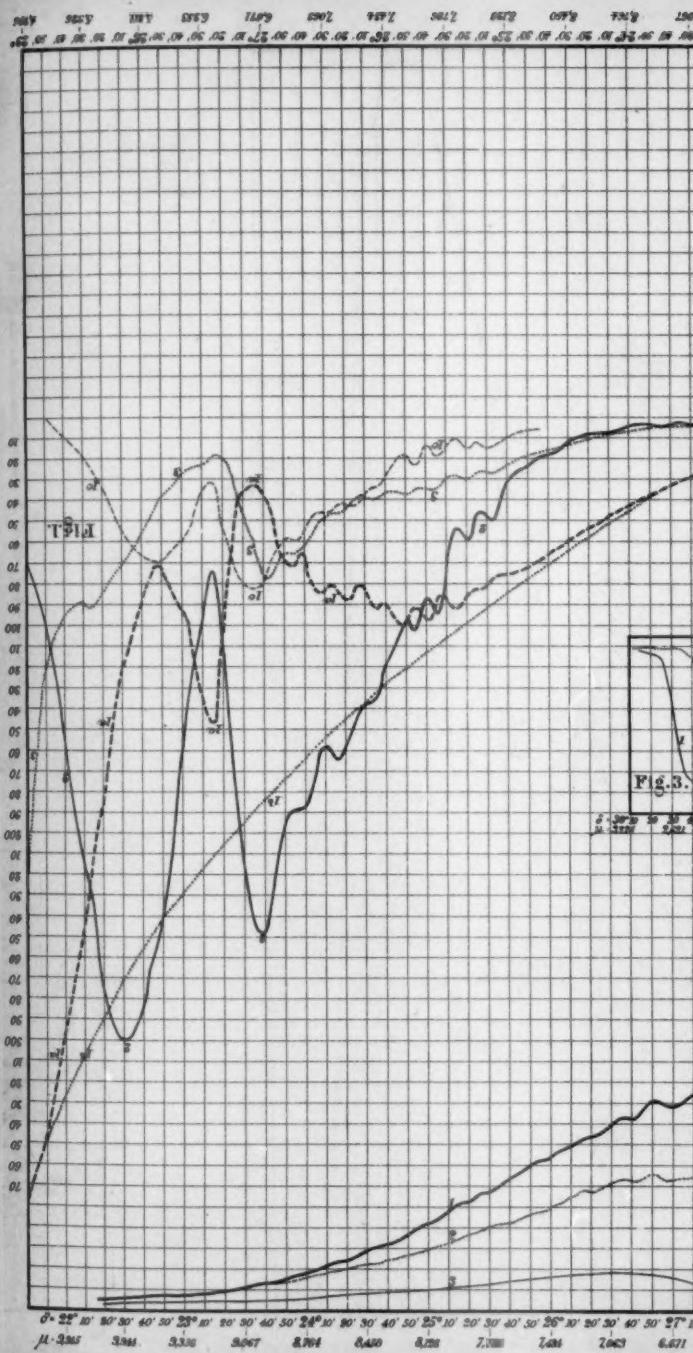
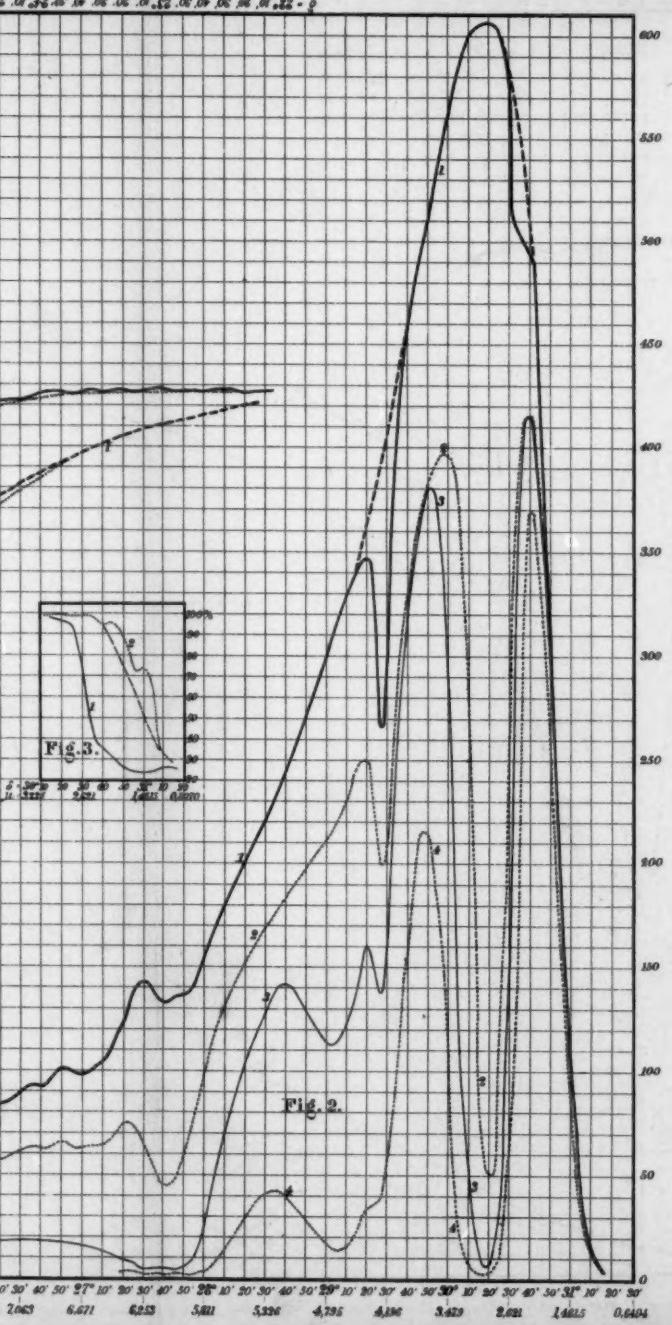


Fig. 19.







Paschen Fig. 1-3. Steiner Fig. 4-6.

PTC 100°C 50°C + 1°
= 0.05 0.05 0.05 0.05 0.05 = 0

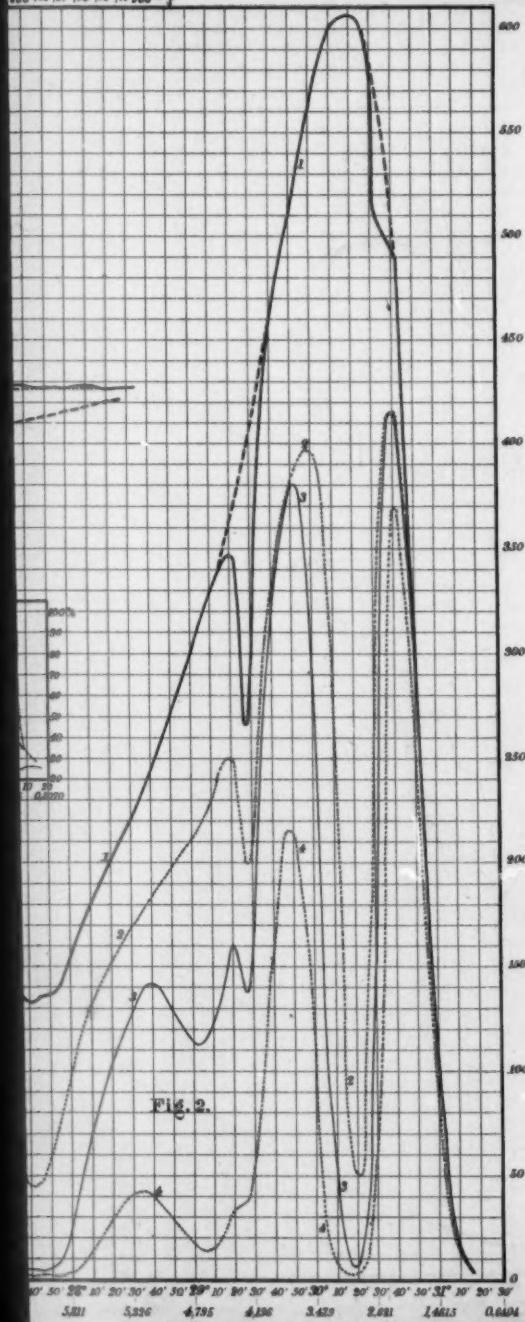
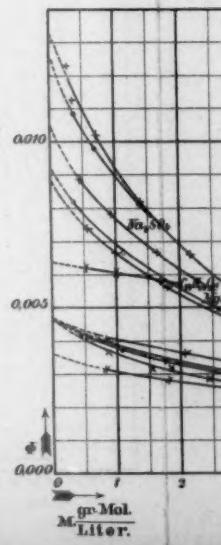
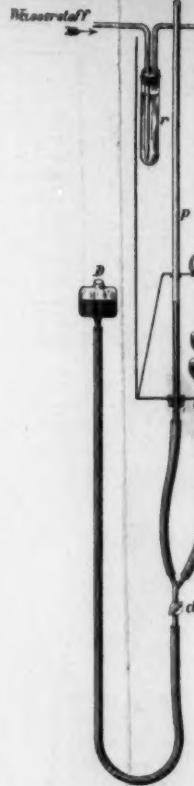


Fig. 2.



Paschen Fig. 1-3. Steiner Fig. 4-6.

Taf. II.

Fig. 4.

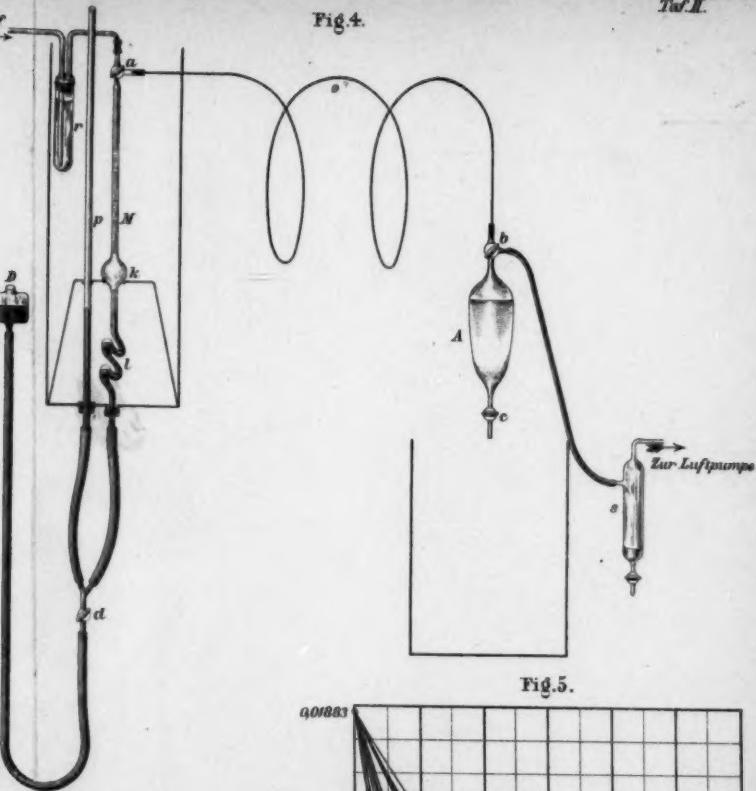


Fig. 5.

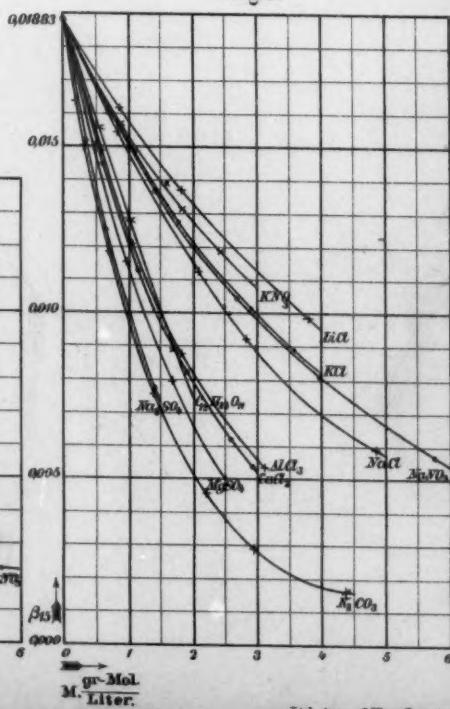


Fig. 6.

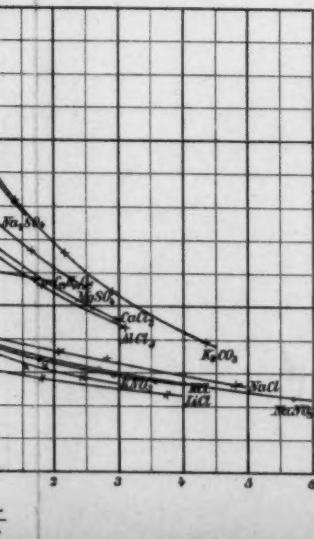


Fig. 1.

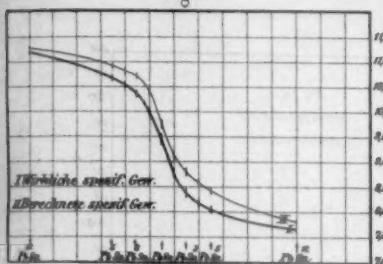


Fig. 3.

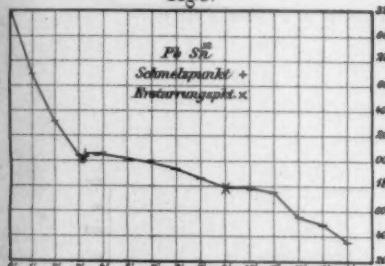


Fig. 4.

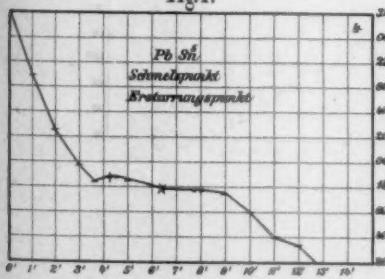


Fig. 5.

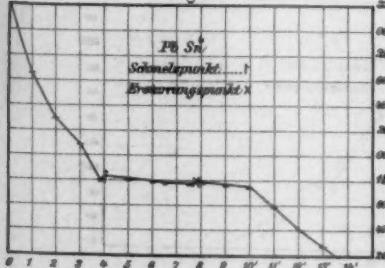


Fig. 2.

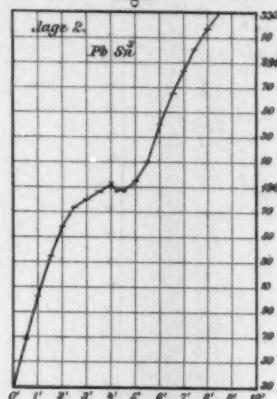


Fig. 8.

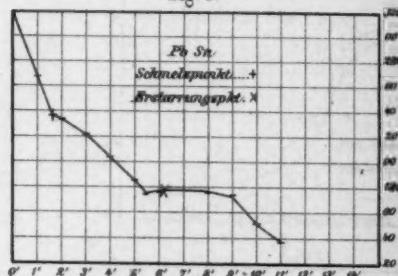


Fig. 6.

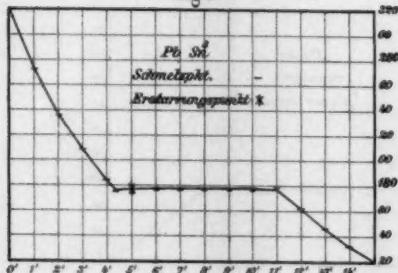


Fig. 9.

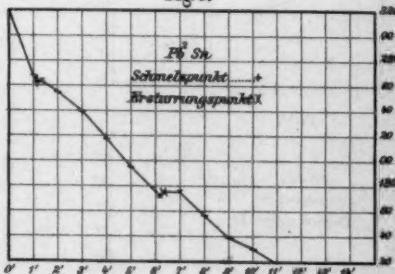


Fig. 7.

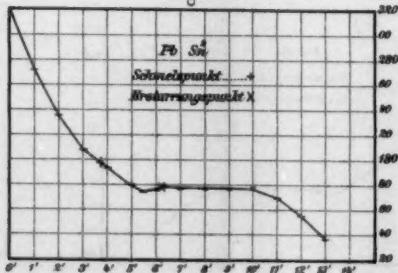
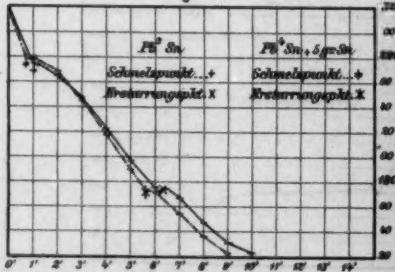


Fig. 10.



B. Wiesengrund.

Fig. 8.

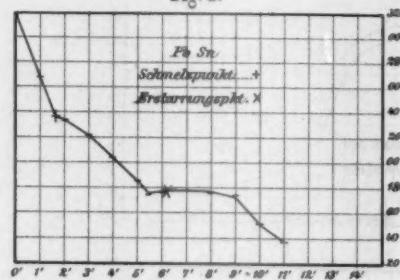


Fig. 9.

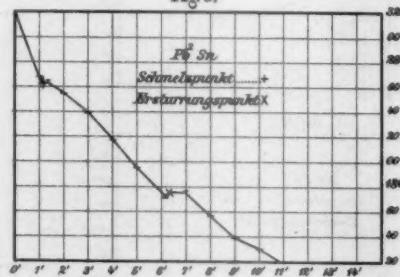
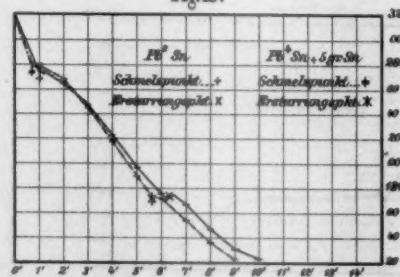


Fig. 10.



B.Wiesengrund.

Taf. III.

Fig. 11.

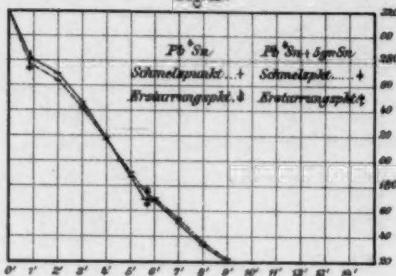


Fig. 12.

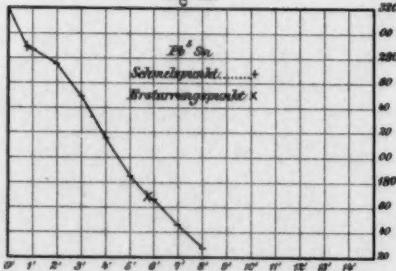
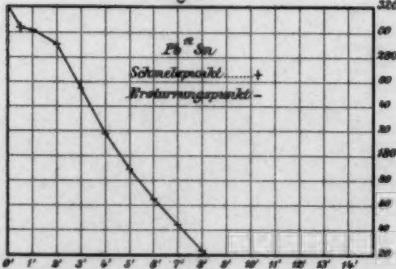


Fig. 13.



t-1. r
Geschlossen am 15. Juni 1894.

1894.

M 8.

ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE

BAND 52. HEFT 4.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT ACHTUNDZWÄNTIGSTEN BANDES
VIERTES HEFT.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

UND INSPEZIONERE DES HERRN

H. VON HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON

G. UND E. WIEDEMANN.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1894.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

(ARTHUR MEINER.)

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 12 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 36 M.

In h a l t.

	Seite
1. A. Bock. Ueber das Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation bei Stäben von verschiedenen Metallen als Function der Temperatur	609
2. P. Lebedew. Ueber die mechanische Wirkung der Wellen auf ruhende Resonatoren; I. Electromagnetische Wellen	621
3. J. W. Low. Ueber die Schallgeschwindigkeit in Luft, Gasen und Dämpfern für einfache Töne verschiedener Tonhöhe	641
4. W. Voigt. Ueber Medien ohne innere Kräfte und über eine durch sie gelieferte mechanische Deutung der Maxwell-Hertzschen Gleichungen	665
5. R. Haas. Der specifische Leitungswiderstand und der Temperaturcoefficient der Kupfer-Zinklegirungen	673
6. K. R. Koch und A. Wüllner. Ueber Ausbreitungswiderstand und Polarisation an Electroden von kleiner Oberfläche	691
7. B. W. Stankewitsch. Experimentelle Beiträge zur Kenntniß der dielectrischen Polarisation von Flüssigkeiten	700
8. A. Kleiner. Zur Lehre vom Sitz der Electricität in Condensatoren	728
9. O. Grotrian. Zur Magnetisirung von eisernen Cylindern	735
10. A. Abt. Magnetisches Verhalten des Moravitzauer Magnetits und des Stahls bei starken magnetisirenden Kräften und deren magnetische Momente in absoluten Maassen	749
11. B. Hasselberg. Ueber das Linienspectrum des Sauerstoffs	758
12. B. Walter. Die günstigste Stellung einer Gauss'schen Platte	762
13. B. Wiesengrund. Ueber die Vorgänge bei Umschmelzungen von Blei-Zinn-Legirungen	777

**Astatiche
Spiegelgalvanometer,**

modifirt von

Dr. H. E. J. G. du Bois und Dr. H. Rubens.

Quarzfäden für Galvanometer und Fadenkrenze,
Messinstrumente, Rheostaten, Funkeninductoren,
Vorschaltwiderstände, physikalische Apparate,
Elemente und Tauchbatterieen.

Keiser & Schmidt,

Berlin N., Johannisstrasse 20.

Photographische Hand- und Lehrbücher

aus dem Verlage von

Robert Oppenheim (Gustav Schmidt) Berlin SW. 46

Soeben erschien:

Handbuch der Photographie

von

Professor Dr. H. W. Vogel.

4. vermehrte und verbesserte Auflage.

Teil II

Das Licht im Dienste der Photographie

und

die neuesten Fortschritte der photographischen Optik.

Ein Grossoktaband von ca. 350 Seiten Text mit vielen Figuren und einem

Naturfarbenbuntdruck von W. Kurtz in New-York.

Preis: geheftet M. 9,—, gebunden M. 10,50.

Während der hervorragende Optiker Dr. Hugo Schroeder in dem Supplementband zu Vogels Handbuch der Photographie die photographische Linsenkunde speziell behandelt, hat sich vorliegender II. Band von Vogels Handbuch die Aufgabe gestellt, auf das Wesen des Lichtes, soweit es für Photographie von Bedeutung ist, näher einzugehen. So bespricht der vorliegende Band die Intensität (Helligkeit) der verschiedenen photographisch anwendbaren, natürlichen und künstlichen Lichtquellen und der dadurch beleuchteten Körper; die Hülfsmittel, dieselben zu messen (Photometer und Sensitometer, deren Vorzüge und Mängel, die Vor- und Nachbelichtung, Reflexwirkungen [Lichthöfen]), die qualitativen Unterschiede des Lichts in Bezug auf Farbe und deren Wirkung auf photographische Platten, die daraus sich ergebende,

 Zu beziehen durch jede Buchhandlung. 

Verlag von Robert Oppenheim (Gustav

Handbuch der H

von

Prof. Dr. H. W.

Vierte vermehrte und verb

Vier Teile

enthaltend:

Die photographische Chemie, Optik,

I. Teil: Photochemie und Beschreibung der photo
Oktavband von ca. 22 Bogen mit 13 Tafeln, 1
22 Holzschnitten im Text. Preis: Geheftet M.

II. Teil: Das Licht im Dienste der Photographie und
graphischen Optik. Ein Gross-Oktavband von
farbenbuchdruck von W. Kurtz in Newyork. Preis
Ergänzungsband hierzu:

Schroeder, Dr. H., Die Elemente der photog
verständliche Darstellung der Einrichtung photogr
Prüfung derselben. Nach dem neuesten Standpunkt
Ca. 15 Bogen gr. Oktav. Mit 85 Figuren im Text.

IV. Teil: Photographische Kunstlehre oder die künstlerische
Für Fachmänner und Liebhaber bearbeitet. Ein
Kunstbeilagen und etwa 166 Abbildungen im Text.

Teil III des Handbuchs ist in

 Zu beziehen durch jede Buchhandlung

(Gustav Schmidt) Berlin SW. 46.

Der Photographie

von

H. W. Vogel.

und verbesserte Auflage.

in Teile

enthaltend:

, Optik, Praxis und Kunstlehre.

der photographischen Chemikalien. Ein Gross-Tafeln, 1 Farbenlichtdruck, sowie 9 Lichtdrucken und heftet M. 10,—; gebunden M. 11,50.

graphie und die neuesten Fortschritte der photographie. Ein Gross-Oktavband von ca. 350 Seiten mit vielen Figuren und 1 Natur-york. Preis: Geheftet M. 9,—; gebunden M. 10,50.

der photographischen Optik. Enthaltend eine gemeinsam photographischer Linsensysteme, sowie Angabe über den Standpunkt der Wissenschaft und Technik bearbeitet. uren im Text. Geheftet M. 6,—; gebunden M. 7,50.

die künstlerischen Grundsätze der Lichtbildnerei. beitet. Ein Gross-Oktavband von ca. 14 Bogen mit drei uren im Text. Preis: Geh. M. 6,—; geb. M. 7,50.

uches ist in Vorbereitung.

urch jede Buchhandlung. 

Verlag von Rob. Oppenheim (Gustav Schmidt) Berlin SW. 46

Praktisches Taschenbuch der Photographie.



Ein kurzer Leitfaden

für die

Ausübung aller gebräuchlicheren photographischen Verfahren.

Für Fachmänner und Liebhaber

verfasst von

Dr. E. Vogel.

3. verbesserte und vermehrte Auflage.

1893.

Mit vielen Abbildungen und einem ausführlichen Sachregister.

Preis 3 Mark.

Ein handliches Bändchen in Taschenformat.
In biegamen Leinwandeinband.

Das Vogel'sche Taschenbuch hat in der kurzen Zeit von 2 Jahren drei starke Auflagen erlebt. Es ist unübertroffen an Klarheit und Knaptheit der Darstellung, sowie an unbedingter Zuverlässigkeit.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Verlag von **Rob. Oppenheim** (Gustav Schmidt) **Berlin SW. 46.**

Gleichzeitig gelangte zur Ausgabe:

Praktische Winke
zur Ausübung der
Moment-Photographie.

Von

Dr. R. Krügener,
Bockenheim-Frankfurt a. M.

Vierte vermehrte und verbesserte Auflage.

46 Seiten in 8°. Elegant kartoniirt.

Preis: 75 Pf.



Eine ausserordentlich praktische Anleitung, welche dem Anfänger in der Ausübung der Photographie, insbesondere der Momentphotographie, schätzenswerthe Winke giebt.

Auf 54 Fragen ertheilt der Autor eine knappe, aber klare Antwort. Er behandelt nur die nothwendigsten Operationen, spricht z. B. nur von einem Entwickler und von einer Papiersorte, um den Anfänger nicht irre zu machen.

Speziell den Neulingen unter den Amateuren sei diese elementare Anleitung angelegentlichst empfohlen.

Zur weiteren praktischen Ausbildung dient **Dr. E. Vogel's Prakt. Taschenbuch der Photographie** (s. Seite 6).

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Verlag von Rob. Oppenheim (Gustav Schmidt) Berlin SW. 46.

vom Verfasser erfundene farbenempfindliche Photographie und die wiederum aus dieser entwickelte vervielfältigende Photographie in Naturfarben, in welchem der Verfasser als erfolgreicher Mitarbeiter ein zutreffendes Urtheil hat. Er verfehlt dabei nicht, die zahlreichen vorgeschlagenen Einrichtungen, Verfahren, Prozesse etc. sachgemäß zu beleuchten.

Eine Tafel über Farbenempfindlichkeit und eine Probe eines Naturfarbenbuchdrucks von Kurtz in New-York liegen dem Buche bei.

Dem Buche ist auch eine Beschreibung der, seit dem Erscheinen des Dr. Schroeder'schen Supplementbandes neu in den Handel gebrachten Linsenkonstruktionen und neuer wichtiger optischer Publikationen beigefügt. Der Verfasser hat sich auf Wunsch zahlreicher Interessenten veranlaßt gesehen, die Grundzüge der photographischen Optik in elementarer Weise zu wickeln als in dem trefflichen Schroeder'schen Buche möglich war.

Von dem Inhalt geben wir nachfolgende kurze Uebersicht:

Von der Intensität des Lichts und der Messung desselben. Optische Photometer (Bunsens, Rumfords, Webers etc.) Lichteinheiten. Photographische Photometer (Warnerke's, Vogels etc.). Das Reciprocitygesetz und seine Fehler. Die bis jetzt gewonnenen Resultate über die chem. Wirkung des Tageslichts nach Bunsen. Künstliche Lichtquellen und ihre photographische Wirkung. Die Reflexion und die Lichthöfe Zusammensetzung des Lichts, Farbe und farbenempfindliche Photographie. Chemische Wirkung und Lichtabsorption. Historisches. Eigenschaften der optischen Sensibilisatoren und Wirkung derselben auf Collodium- und Gelatineplatten Apparate zur Prüfung derselben. Neueste Untersuchungen über optische Sensibilisatoren. Die vervielfältigende Photographie in natürlichen Farben, nach Vogel-Ulrich, Kurtz, v. Hübl und Lippmanns Photochromien. Joes farbige Laternenbilder. Versuche über die Farbenhelligkeit der Atmosphäre und deren Einfluss auf die farbenempfindliche Photographie. Die Grundzüge der photographischen Optik. Die neuesten photographischen Linsen und deren Prüfung. Nachtrag.

Man erkennt hieraus, dass in dem Buche hochwichtige photographische Tagesfragen, welche die photographische Litteratur der jüngsten Zeit allgemein beschäftigen, und auch die Aufmerksamkeit von Künstlern, Kunstdruckern und Gelehrten auf sich gezogen haben, besprochen sind. Das Buch dürfte demnach zur Belehrung auch in anderen als photographischen Kreisen höchstwillkommen sein.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Verlag von Rob. Oppenheim (Gustav Schmidt) Berlin SW.46.

Goerz, Paul, Ausführliche Anleitung zur Herstellung von Photographieen für Liebhaber. 2. Aufl. M. 2,50.

Grasshoff, Joh., Die Retouche von Photographieen. Anleitung zum Ausarbeiten von negativen und positiven Photographieen, sowie zum Kolorieren und Übermalen derselben mit Aquarell-, Eiweiss- und Ölfarben. Mit 2 Photographieen. 7. Aufl. M. 2,50.

Kopske, W., akad. Maler, Die photographische Retouche in ihrem ganzen Umfange.

I. Teil: Praktische Anleitung zum Retouchieren. 2. Aufl. 8°. M. 1,50.

II. Teil: Die zur künstlerischen Retouche nötigen Wissenschaften. 8°. Mit zahlreichen Figuren. M. 3,—.

Remelé, Ph., Kurzes Handbuch der Landschafts-Photographie. Mit besonderer Berücksichtigung des Gelatine-Trockenplatten-Prozesses. Für Fachphotographen und Liebhaber, Forschungs- und Vergnügungareisende. 3. Aufl., ergänzt von Prof. Dr. H. W. Vogel. 8°. Mit 31 Holzschnitten. M. 3,—.

Schroeder, Dr. Hugo, Die Elemente der photographischen Optik. Enthaltend eine gemeinverständliche Darstellung der Einrichtung photographischer Linsensysteme, sowie Angabe über Prüfung derselben. Nach dem neuesten Standpunkt der Wissenschaft und Technik bearbeitet. (Zugleich Ergänzungsband zu Vogels Handbuch der Photographie.) Ca. 15 Bogen gr. Oktav. Mit 85 Figuren im Text. Geheftet M. 6,—; geb. M. 7,50.

Stenglein, M., und Schultz-Hencke, Anleitung zur Ausführung mikrophotographischer Arbeiten. 8°. Mit 5 Holzschnitten und 2 Lichtdrucktafeln. Geheftet M. 4,—.

Szajnok, Th., Przewodnik fotograficzny dla użytku fotografów zawodowych i milosników. Liczne ilustracje. 12°. Eleg. kart. M. 3,50.

Vogel, H. W., Die Photographie nach farbigen Gegenständen in den richtigen Tonverhältnissen. Handbuch der farbenempfindlichen (isochromatischen und orthochromatischen) Verfahren. Mit 1 Farbendruckbeilage, 2 danach gefertigten Photographieen und 15 Holzschnitten. 8°. M. 4,—.

— Das photographische Pigment-Verfahren und seine Anwendungen im Lichtpressendruck. 3. Aufl. 8°. Mit vielen Figuren. M. 3,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Verlag von **Rob. Oppenheim** (Gustav Schmidt) Berlin SW. 46.

— Gegründet 1864. —

Photographische Mitteilungen

für
Fachmänner und Liebhaber.

Herausgegeben von

Prof. Dr. H. W. Vogel,

Vorsteher des photographischen Laboratoriums der kgl. Technischen Hochschule in
Berlin-Charlottenburg.

Jährlich 24 Hefte in Lexikon-Oktav-Format mit zahlreichen Kunst-
beilagen und Abbildungen im Text.

Preis vierteljährlich (6 Hefte) 3 Mark, jährlich 12 Mark.

Organ von mehreren photographischen Fach- und Amateur-Vereinen.

Prinzip: Gemeinverständlichkeit neben Wissenschaftlichkeit, Belehrung
durch Wort und Bild.

Die „Photographischen Mitteilungen“ berücksichtigen in weitgehendstem Maßstabe die Anwendung der Photographie in Wissenschaft und Kunst, sowie in der Reproduktionstechnik. Sie berichten über alle wichtigen Fortschritte auf den einzelnen Gebieten der photographischen Technik und verfolgen alle interessanten Vorgänge in den Fach- und Amateur-Kreisen.

Die reiche Ausstattung mit Reproduktionen von hervorragenden u. interessanten photographischen Aufnahmen verleiht der Zeitschrift einen doppelten Wert.

Jede Buchhandlung, sowie die Verlagsbuchhandlung liefert *Probhefte gratis* und franko.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Verlag von Johann Ambrosius Barth (Arthur Meiner) in Leipzig.

VON LOMMEL, E., Lehrbuch der Experimentalphysik.
X u. 644 Seiten 8° mit 424 Abbildungen. 1893. gehftet
M. 6.40, geb. 7.20.

Eines der besten Lehrbücher der Physik, sowohl zur Einführung
wie zur Repetition brauchbar.

Lichtelektrische Apparate

nach Elster u. Geitel. **Amalgam-Apparate** (Wied. Ann. 42, p. 564, Fig. 1) und **Kaliumzellen** (Wied. Ann. 43, p. 225) sowie dazu passende Säulen und Elektroscope liefert

Louis Müller-Unkel,
Braunschweig, Rebenstr. 18.

Verlag von Julius Springer in Berlin N.

Soeben erschienen:

Wissenschaftliche Abhandlungen der Physikalisch - Technischen Reichsanstalt.

BAND I

Thermometrische Arbeiten

betreffend die

Herstellung u. Untersuchung der Quecksilber-Normalthermometer.

Unter Leitung und Mitwirkung

von

Professor Dr. J. Pernet

ehemaliger Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

ausgeführt von

Dr. W. Jaeger und Dr. E. Gumlich

4° Format, 512 Seiten. Mit 18 in den Text gedruckten Abbildungen.

Preis M. 30,—

— Zu beziehen durch alle Buchhandlungen —

5351 C
2

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Soeben erschienen:

CHRISTIANSEN, C., *Elemente der theoretischen Physik*. Deutsch herausgegeben von Joh. Müller. Mit einem Vorwort von E. Wiedemann. VIII., 458 Seiten mit 143 Fig. 1894. M. 10.—

Auf beschränktem Raume werden die wichtigsten Lehren der theoretischen Physik soweit entwickelt, dass es nach Durcharbeitung des Buches möglich ist, Originalarbeiten, die nicht gerade allzu spezielle Probleme betreffen, zu verstehen. Die deutsche Ausgabe ist eine völlige Neubearbeitung des dänischen Originals, an der sich außer dem Verfasser und Bearbeiter mehrere Fachgelehrte beteiligt haben.

HHOPPE, EDM., *Lehrbuch der Physik für höhere Lehranstalten*. IV, 130 Seiten mit einer Karte. 1894. geh. M. 2.20, cart. M. 2.40

Das Buch ist für alle Arten höherer Schulen gedacht, vom ersten Unterricht in der Physik an bis zum Schluss.

STREHL, KARL, *Die Theorie des Fernrohrs auf Grund der Beugung des Lichtes*. I. Teil. VIII u. 136 Seiten 8° mit einer Tafel. 1894. M. 4.—

Wie Abbe auf Grund der Beugung des Lichtes eine Theorie des Mikroskopos gegeben hat, will der Verfasser in dem vorliegenden Bande eine Theorie des Fernrohrs auf gleicher Grundlage aufstellen. Dieselbe ist für die Beobachtung von grosser Wichtigkeit und das Buch hat daher nicht nur für Astronomen, sondern für Mathematiker und Physiker im allgemeinen Interesse.

Apparate zur objectiven Darstellung

der Spectral- und Polarisations-Erscheinungen,
mikroskopischer Vergrosserungen photographischer
und gemalter Bilder von wissenschaftlichen
oder Gegenständen, von Gegenden n. s. w.



Optisches Institut von

Glasphotogramme.

Prosecurante auf portofreie Anforderungen
grat.

Optisches Institut
von A. Krüss in Hamburg.

Mit einer Beilage von R. Oppenheim in Berlin.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Verlag von Leopold Voss in Hamburg.



Soeben erschien Lieferung 34.



Porträts (in Kupferätzung) der Physiker:

H. v. Helmholtz, G. S. Ohm,
G. Kirchhoff, G. Wiedemann.
Preis je M. 1.50.

Johann Ambrosius Barth (Arthur Meiner)
in Leipzig.

